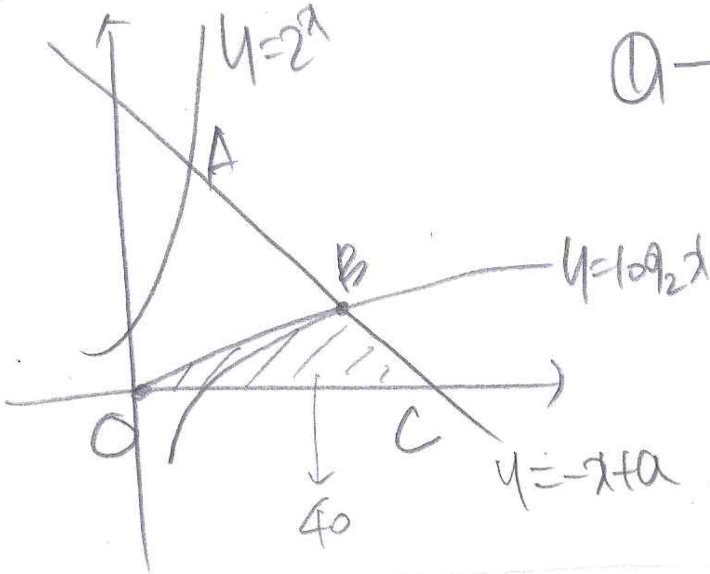
② $y=-x+a$, $y=2^x$, $y=\log_2 x$

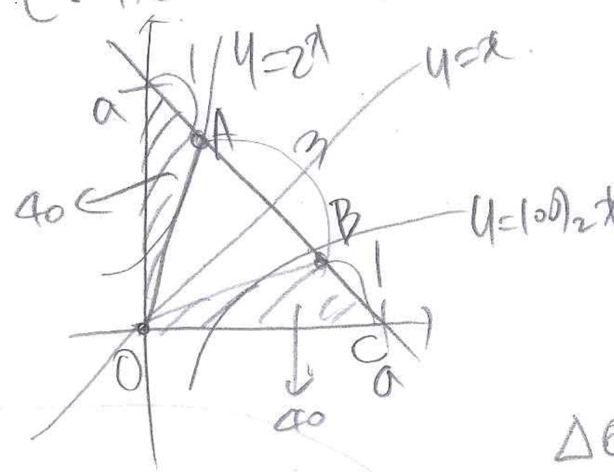
㉮ $\overline{AB}:\overline{BC}=3:1$

㉯ $\triangle OBC = 40$. A의 좌표 (p,q) 일때 $p+q=?$



① a → 두점 A와 B는 $y=x$에 대칭이 된다.

(∵ A와 B가 기울기 -1인 직선 위에 있으므로)



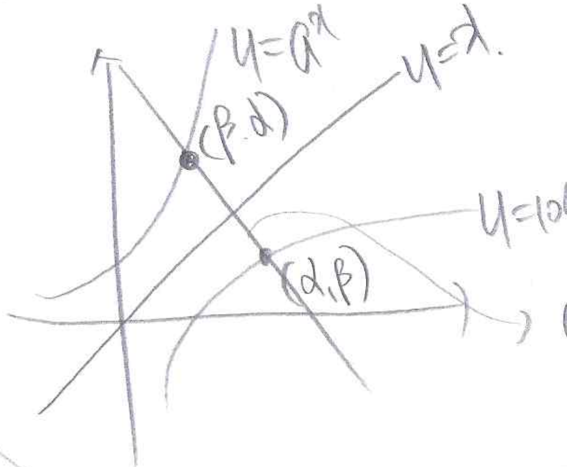
삼각형  의 넓이는 $\frac{1}{2}a^2$ 인데 밑변의 길이의 비는 넓이의 비와 같으므로

$\triangle OBC$의 넓이 $40=\frac{1}{2}a^2\times\frac{1}{5}$

$400=a^2$

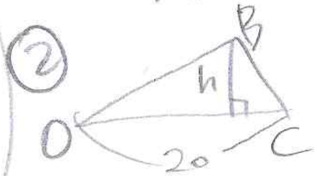
$\therefore a=20$

☆



→ (α,β), (β,α)를 지나는 직선의 기울기는 -1이 된다.

②



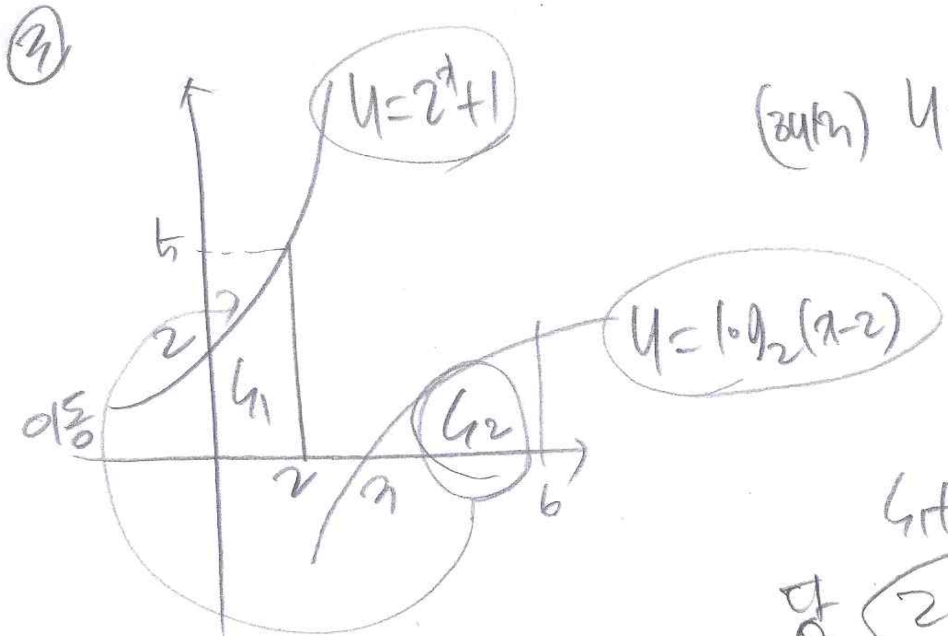
$20h\times\frac{1}{2}=40$

$h=4$

B의 y좌표는 4이며 x좌표는 16

∴ A의 좌표는 $(4,16)$ 답 ③

③

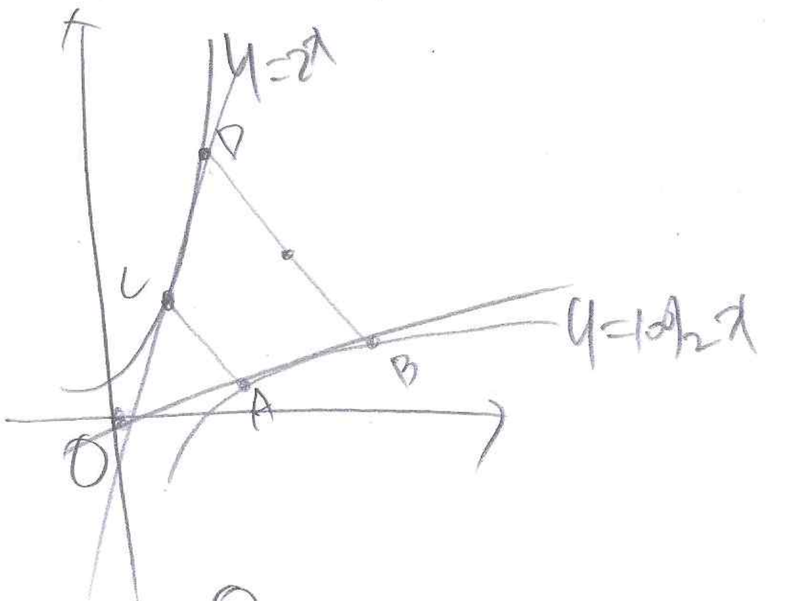


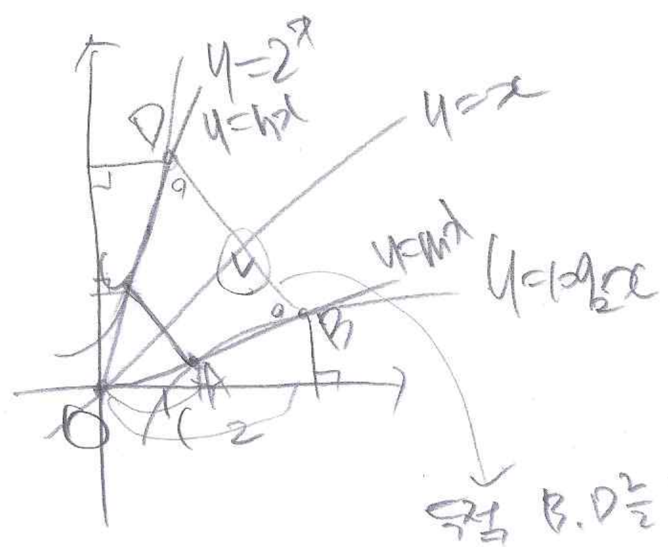
(해석) $y=2^x+1$의 역함수는 $y=\log_2(x-1)$ 인데
$y=\log_2(x-2)$는 $y=\log_2(x-1)$ 그래프를 x축으로 1만큼
평행이동 한것이고 그래프 모양은 같음
→ S_2는 $y=\log_2(x-1)$와 $x=2$, $x=5$, x축으로
둘러싸인 넓이와 같다!

$S_1+S_2=?$

답 $2\times5=10$

④





두점 B. D를 지나는 직선의 기울기는 -1이다.
따라서 B. D는 $y=x$에 대칭.

→ $y=nx$. $y=mx$는 역함수관계 $mn=1$

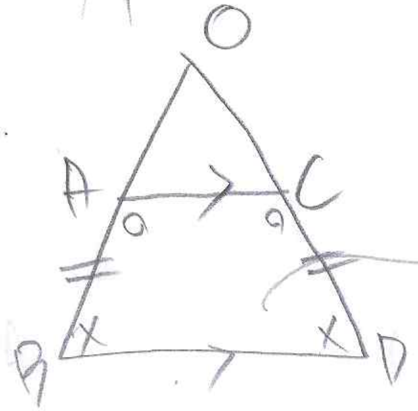
→ △OAC와 △OBD의 넓이비 1:4
길이비 1:2 (닮음)

$A(\alpha, m\alpha)$ $B(2\alpha, 2m\alpha)$

$\log_2 2\alpha = 2\log_2 \alpha$

$1+\log_2 \alpha = 2\log_2 \alpha$ ∴ $\alpha=2$

$A(2,1)$이며 $m=\frac{1}{2}$ $n=2$ $m+n=\frac{5}{2}$

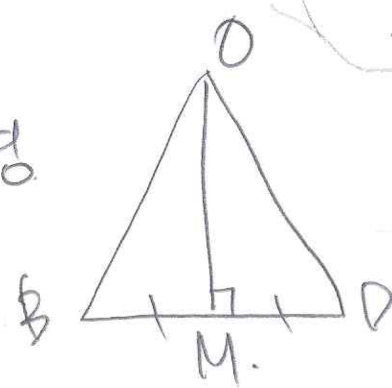


→ 등변사다리꼴) 밑각이 서로 같고
대각선의 길이가 같다

$\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ 인데 $\overline{AB}=\overline{CD}$ 이므로

$\overline{OA}=\overline{OC}$.

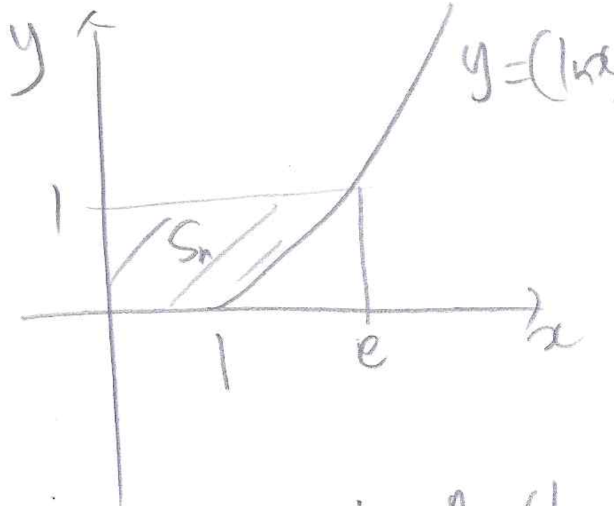
△OBD는 이등변삼각형



$\overline{BD}$의 중점에 수선의 발 떨어뜨리면
좌우대칭임.

결국 두점 OM을 지나는 직선이 $y=x$☆

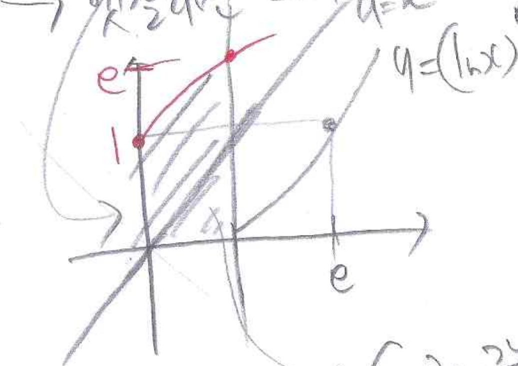
5. $y=(\ln x)^n$ $(x\ge 1)$ n은 2이상 자연수



(ㄷ) $f(x)=(\ln x)^n$의 역함수 $g(x)$.

$S_n=\int_0^1 g(x)dx$

→ 헷갈리면 그려보자



→ S_n과 같음. (O)

ㄱ. $1\le x\le e$. $(\ln x)^n \ge (\ln x)^{n+1}$

$(\ln x)^n \times \boxed{\ln x}$

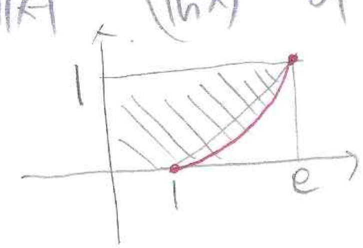
↳ $1\le x\le e$ 에서 $\boxed{0\le \ln x\le 1}$

1보다 작거나 같은 양수를 곱하면 값은 더 작아진다.

$(\ln x)^n \ge (\ln x)^{n+1}$ (O)

답 ⑤

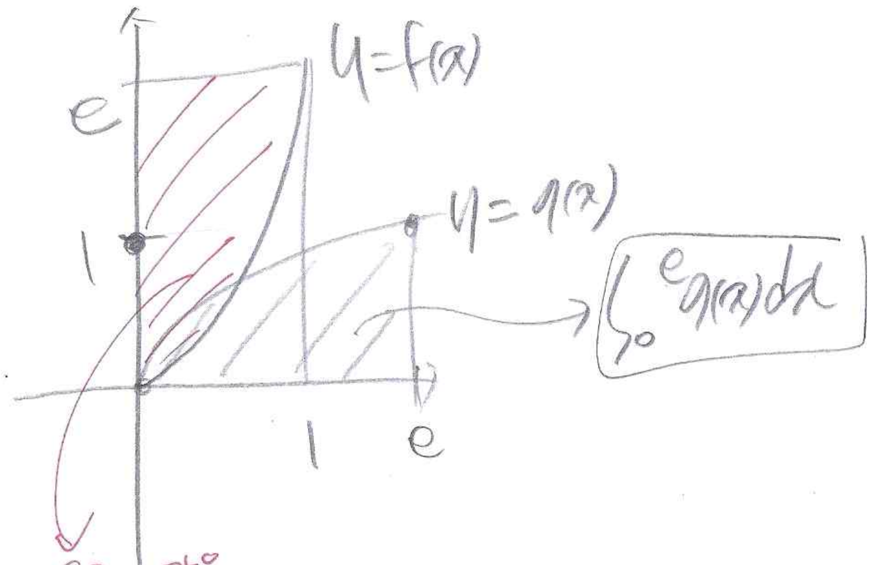
ㄴ. $S_n<S_{n+1}$ (ㄱ)에서 $(\ln x)^{n+1}$이 $1\le x\le e$에서 $(\ln x)^n$보다 작거나 같아지므로



$S_n<S_{n+1}$ (O)

6. $f(x)=xe^x\ (0\le x\le 1)$. $f(x)$의 역함수 $g(x)$

$\int_0^e g(x)\,dx=?$



이부분과 같음

$= e - \int_0^1 \boxed{x}e^x\,dx$

부분적분

f　g'

f'　g　e^x

$=[xe^x]_0^1 - \int_0^1 e^x\,dx$

$=e-(e-1)$

$=1$

답 $=\boxed{e-1}$

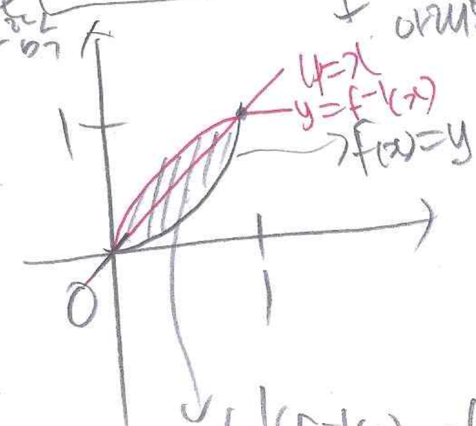
7. $f(0)=0$, $f(1)=1$.

$[0,1]$ 정의 $f(x)$는 연속함수

$(0,1)$ 이계도함수 갖는다.

$\boxed{f'(x)>0}$ $f''(x)>0$ $\int_0^1 (f^{-1}(x)-f(x))\,dx=?$

증가함수　아래볼록



$\int_0^1 \{f^{-1}(x)-f(x)\}\,dx$

$=2\int_0^1 \{x-f(x)\}\,dx$

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{n}-f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{2}{n}$ 와 같음

$\frac{k}{n}\to x$　$\frac{1}{n}\to dx$.

답) ②

8. 실수전체 미가. 감소 $f(x)$

연속함수. $g(x)$, 구간 $[-2, 2]$

(가) $y=f(x)$. $y=-x$ 만나는점 x좌표 $-2, 0, 2$

(나) $y=f(x)$. $y=g(x)$ 만나는점 개수 3개.

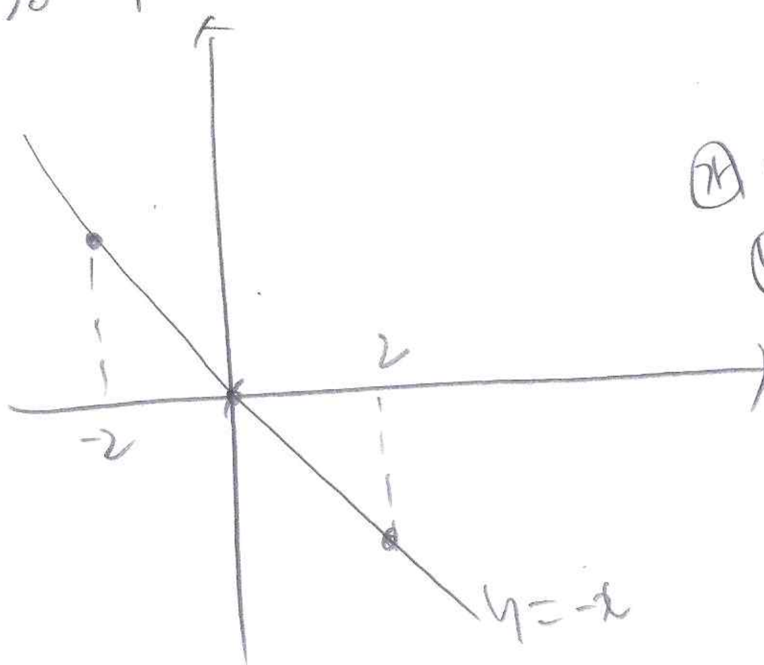
(다) $\boxed{\int_{-2}^{x}\{f(t)-g(t)\}dt = 1+\cos\frac{\pi}{2}x}$ → 부호 추론해서 f와 g중 어떤 함수가 위에 있는지 파악 가능 ★★

$\int_{0}^{2}|g(x)+x|dx = \frac{3}{5}$ 　 $25\int_{-2}^{2}|f(x)|dx = ?$

① $x=0$ 대입하니

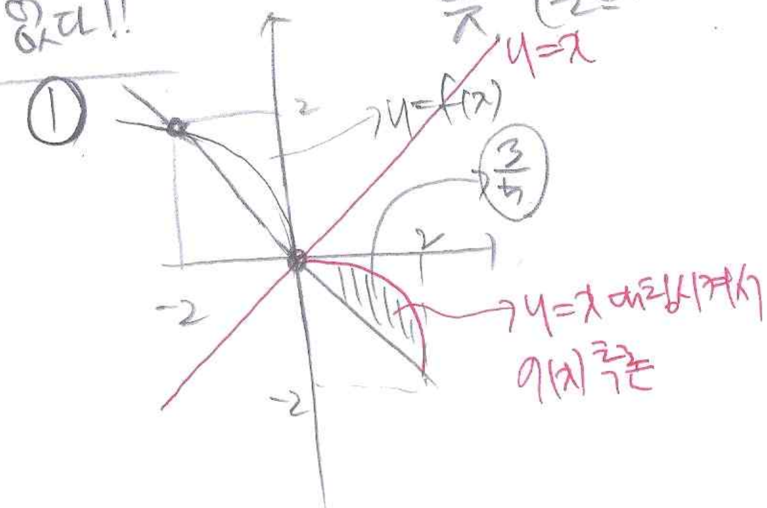
$1+\cos 0 = ②$ → 상수

정적분값이 (+) 라는 것은 $f(x)$가 $g(x)$ 위로 올라간다는 뜻 ($-2 \le x \le 0$ 에서)

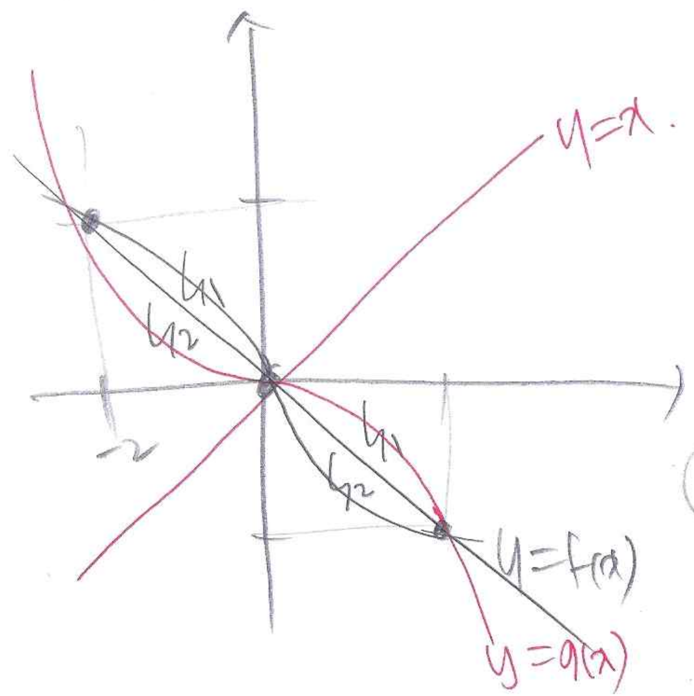


(가) $g(x)$는 $(2,-2)$ $(0,0)$ $(-2,2)$ 지난다.

(나) 더이상의 교점은 없다!!



② $f(x)$는 감소하면서 $(2, -2)$를 지나야 한다.



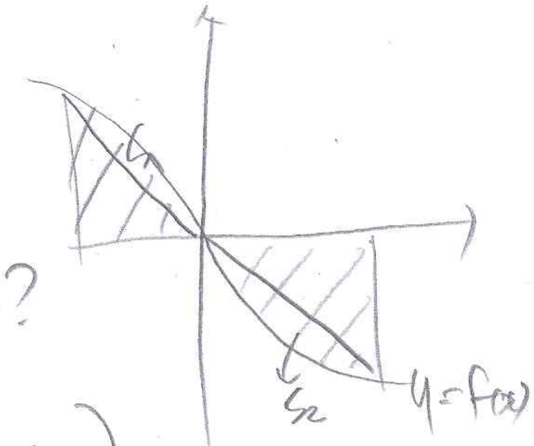
$S_1 = \frac{3}{5}$

$\int_{-2}^{x} \{f(t)-g(t)\}\,dt = 1+\cos\frac{\pi}{2}x$ 에서

$x=2$ 대입하면 적분값 $\to 0$

$\int_{-2}^{0} \{f(t)-g(t)\}\,dt = 2$ 이므로 $\int_{0}^{2} \{f(t)-g(t)\}\,dt = -2$ 라는 뜻.

$\to$ $f(x)$가 $g(x)$ 아래로 들어감.



ㄱ) S_2 구하기.

$$\int_{-2}^{0} \{f(t)-g(t)\}\,dt = 2$$

$$S_1 + S_2 = 2$$

$$\frac{3}{5} + S_2 = 2$$

$$S_2 = \frac{7}{5}$$

ㄴ) $25\int_{-2}^{2} |f(x)|\,dx = ?$

$$= 25(\triangle + S_1 + \nabla + S_2)$$

$$= 25\left(2 + \frac{3}{5} + 2 + \frac{7}{5}\right)$$

$$= 25(6) = 150$$