

대학수학능력시험 변환표준점수의 이해

Orbis Optimus 대표 운영자
이 광 복
(dominusmaximus@orbi7.com)

변환표준점수와 표준점수에 대한 기술적인 이해 수준을 향상시키고, 같은 자료로부터 더 많은 정보를 얻어내기 위해, 변환표준점수가 산출되는 과정을 이해하고 통계학적으로 중요한 정보들을 습득하자. 글은 중간에 언급되는 첩도와 왜도를 제외하면 6차 고등학교 교육 과정을 정상적으로 이수한 학생이면 모두 이해할 수 있는 수준으로 기술하였다.

글은 변환표준점수를 계산하는 과정에 따라, 그와 관계된 배경 지식이나 에피소드 등을 곁들이며 진행하였다.

1) 각 영역 별 평균과 표준편차를 계산한다.

응시자 j 의 i 영역 원점수를 $r_{i,j}$ 라 한다.

(단, 여기에서 $i=1$ 일 때 언어 영역, $i=2$ 일 때 수리 영역, $i=3$ 일 때 사회탐구 영역, $i=4$ 일 때 과학탐구 영역, $i=5$ 일 때 외국어 영역이다.)

이 때 i 영역의 평균 점수는 산술 평균의 정의에 의해

$$m_i = \frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^{A_i} r_{i,j}$$

이다.

(단, A_i 는 i 영역의 전체 응시자 수. 실제 시험에서는 시험 중간에 응시를 포기하고 나가는 학생들이 있기 때문에 영역별로 응시자 수가 다를 수 있다.)

한편, i 영역의 표준편차는 표준편차의 정의에 의해

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^{A_i} r_{i,j}^2 - m_i^2}$$

이다.

2) 각 영역 별 표준점수를 계산한다.

표준점수는 특정 집단에서 한 개인의 상대적인 위치를 나타내기 위해 쓰이는 척도로서 백분위 점수 못지 않게 자주 사용된다. 변환표준점수는 표준점수를 수학능력시험 제도에 맞게 한 단계 더 가공한 수치로서 변환표준점수를 계산하기 위해서는 우선 표준점수를 알아야 한다.

표준점수는 원점수처럼 몇 문제를 맞히고 틀리느냐에 따라서 결정되는 수치가 아니라 전체 집단에서 자신의 위치를 반영하는 수치로서 '점수'라기 보다는 차라리 '백분위'에 더 가까운 것이다. (다만 표준점수와 백분위가 직결된 것은 아니다.) 가령 갑이 수리 영

역에서 80점을 받았다면, 다른 사람이 몇 점을 받건 간에 원점수는 여전히 80점이지만, 표준점수는 다른 사람이 몇 점을 받는 지와 밀접한 관계가 있으며, 변환표준점수에는 여기에 더해 응시 집단의 다른 영역 평균 점수와 표준편차조차도 영향을 미친다.

표준점수는 점수 분포를 표준화하여 평균이 50, 표준편차가 10이 되도록 변환한 점수이다. 표준점수를 계산하기 위해 우선 개개인의 점수를 표준화한다. 표준화 공식에 따라 응시자 j 의 i 영역의 Z 값

$$Z_{i,j} = \frac{r_{i,j} - m_i}{\sigma_i}$$

이다. 이를 표준점수로 변환하면 표준점수

$$S_{i,j} = 50 + 10Z_{i,j}$$

이다.

참고로 표준점수 S 에 따른 Z 값과 백분위 점수¹⁾는 다음과 같다. 2002학년도 수학능력시험 이후부터 기존에 소수점 둘째 자리까지 표시되던 표준점수와 백분위 점수가 이제는 사사오입(반올림)되어 정수로 표시되므로 이를 감안해서 표로 처리하였다.

1) 응시 집단에서 해당 수험생이 받은 점수보다 낮은 점수를 받은 수험생들의 비율이다. 가령 100명 중에 만점자 수가 8명이면 만점을 받은 학생의 백분위 점수는 92이다.

| 성적표 상의 표준점수 | 표준점수 (소수점 이하 2자리) | | Z값 (소수점 이하 4자리) | | 백분위 점수 * (소수점 이하 6자리) | |
|----------------|----------------------|--------|--------------------|--------|--------------------------|------------|
| | 최소 | 최대 | 최소 | 최대 | 최소 | 최대 |
| 100 | 99.50 | 100.49 | 4.9500 | 5.0499 | 99.999963% | 99.999978% |
| 95 | 94.50 | 95.49 | 4.4500 | 4.5499 | 99.999571% | 99.999732% |
| 90 | 89.50 | 90.49 | 3.9500 | 4.0499 | 99.996092% | 99.997439% |
| 85 | 84.50 | 85.49 | 3.4500 | 3.5499 | 99.971971% | 99.980738% |
| 84 | 83.50 | 84.49 | 3.3500 | 3.4499 | 99.959594% | 99.971971% |
| 83 | 82.50 | 83.49 | 3.2500 | 3.3499 | 99.942297% | 99.959594% |
| 82 | 81.50 | 82.49 | 3.1500 | 3.2499 | 99.918365% | 99.942297% |
| 81 | 80.50 | 81.49 | 3.0500 | 3.1499 | 99.885579% | 99.918365% |
| 80 | 79.50 | 80.49 | 2.9500 | 3.0499 | 99.841113% | 99.885579% |
| 79 | 78.50 | 79.49 | 2.8500 | 2.9499 | 99.781404% | 99.841113% |
| 78 | 77.50 | 78.49 | 2.7500 | 2.8499 | 99.702024% | 99.781404% |
| 77 | 76.50 | 77.49 | 2.6500 | 2.7499 | 99.597541% | 99.702024% |
| 76 | 75.50 | 76.49 | 2.5500 | 2.6499 | 99.461385% | 99.597541% |
| 75 | 74.50 | 75.49 | 2.4500 | 2.5499 | 99.285719% | 99.461385% |
| 74 | 73.50 | 74.49 | 2.3500 | 2.4499 | 99.061329% | 99.285719% |
| 73 | 72.50 | 73.49 | 2.2500 | 2.3499 | 98.777553% | 99.061329% |
| 72 | 71.50 | 72.49 | 2.1500 | 2.2499 | 98.422239% | 98.777553% |
| 71 | 70.50 | 71.49 | 2.0500 | 2.1499 | 97.981778% | 98.422239% |
| 70 | 69.50 | 70.49 | 1.9500 | 2.0499 | 97.441194% | 97.981778% |
| 69 | 68.50 | 69.49 | 1.8500 | 1.9499 | 96.784323% | 97.441194% |
| 68 | 67.50 | 68.49 | 1.7500 | 1.8499 | 95.994084% | 96.784323% |
| 67 | 66.50 | 67.49 | 1.6500 | 1.7499 | 95.052853% | 95.994084% |
| 66 | 65.50 | 66.49 | 1.5500 | 1.6499 | 93.942924% | 95.052853% |
| 65 | 64.50 | 65.49 | 1.4500 | 1.5499 | 92.647074% | 93.942924% |
| 64 | 63.50 | 64.49 | 1.3500 | 1.4499 | 91.149201% | 92.647074% |
| 63 | 62.50 | 63.49 | 1.2500 | 1.3499 | 89.435023% | 91.149201% |
| 62 | 61.50 | 62.49 | 1.1500 | 1.2499 | 87.492806% | 89.435023% |
| 61 | 60.50 | 61.49 | 1.0500 | 1.1499 | 85.314094% | 87.492806% |
| 60 | 59.50 | 60.49 | 0.9500 | 1.0499 | 82.894387% | 85.314094% |

* 단, 이 수치는 정규분포일 경우에만 정확히 성립하며, 점수가 0점으로 치우쳐 있을 때는 이 수치보다 더 높은 백분위 점수가, 점수가 만점으로 치우쳐 있을 때는 그 반대의 경우가 나타난다. 실제 점수 분포가 정규분포와 얼마나 차이가 있는지는 왜도와 첨도를 통해 나타낸다.

왜도(skewness)는

$$w_i = \frac{A_i}{(A_i - 1)(A_i - 2)} \sum_{j=1}^{A_i} \left(\frac{r_{i,j} - m_i}{\sigma_i} \right)^3$$

으로 정의되며, 양의 값을 가질수록 정규 분포에 비해 실제 응시자들의 점수 분포가 만점으로 더 치우쳐져 있게 되며, 음의 값을 가질수록 0점으로 더 치우쳐져 있게 된다. 따라서 왜도가 음의 값을 가질 때 고득점을 하면 실제 백분위 점수는 상기된 표의 점수보다 더 높은 수치로 나타내어진다.

한편 첨도(kurtosis)는

$$k_i = \frac{A_i(A_i + 1)}{(A_i - 1)(A_i - 2)(A_i - 3)} \sum_{j=1}^{A_i} \left(\frac{r_{i,j} - m_i}{\sigma_i} \right)^4 - \frac{3(A_i - 1)^2}{(A_i - 2)(A_i - 3)}$$

으로 정의되며, 양의 값을 가질수록 정규 분포에 비해 실제 응시자들의 점수 분포가 평균을 중심으로 더 밀집하게 분포하며, 음의 값을 가질수록 점수 분포가 더 넓게 퍼져있게 된다. 따라서 점도가 양의 값을 가질 때 고득점을 하면 실제 백분위 점수는 상기된 표의 점수보다 더 높은 수치로 나타내어진다.

한 가지 유의할 점은, 6차 선택 과목 수학능력시험 체제(1999학년도~2004학년도)에서 인문계의 사회탐구 영역, 자연계의 과학탐구 영역과 같이 선택 과목과 필수 과목의 문제가 동시에 출제되는 경우, 표준점수가 한 번 더 변환 절차를 거친다는 것이다. 이 절차는 어려운 선택 과목에 응시한 학생에게 점수를 보상하고 쉬운 선택 과목을 응시한 학생에게 불이익을 주기 위한 것이다.

원점수가 같다는 가정 하에,

- * 선택 과목의 평균 점수가 낮을수록,
- * 같은 선택 과목 응시자 집단의 필수 과목 평균 점수가 높을수록 더 높은 표준점수를 얻게 된다.

가령, 자연계 응시자인 갑이 물리2를 선택하여 72점 만점을 받고, 을은 생물2를 선택하여 72점 만점을 받았다고 하자. 그런데, 물리2의 평균 점수는 24점 만점에 8.32점이고, 생물2의 평균 점수는 24점 만점에 14.17점이라면, 갑이 상대적으로 더 어려운 시험에서 만점을 취득하였으므로 갑에게 더 높은 표준점수로서 이에 대한 보상을 해주게 된다.

한편, 물리2의 평균 점수가 24점 만점에 12.52점이고, 생물2의 평균 점수 역시 24점 만점에 12.52점이더라도, 만약 물리2 선택 집단의 공통 과학 평균 점수가 48점 만점에 31.86점이고, 생물2 선택 집단의 공통 과학 평균 점수가 48점 만점에 30.41점이었다면, 선택 과목의 평균 점수가 똑같더라도, 갑은 더 우수한 경쟁자들을 상대로 하여 해당 점수를 취득한 것이므로 을보다 더 높은 표준점수를 받게 된다.

이 과정이 정확히 어떤 공식을 통해서 수치화되는지는 아직 교육과정평가원 측에 의해 공개되지 않았다.

일반적으로 실제 수학능력시험에서는 인문계의 경우 경제 선택 응시자의 사회탐구 영역 변환표준점수가 가장 높게 나오며 사회문화 선택 응시자의 변환표준점수가 가장 낮게 나온다. 자연계의 경우 물리2 (2000,2001,2003) 응시자와 지구과학2 (1999,2002) 응시자의 변환표준점수가 가장 높게 나오며, 생물2 응시자의 변환표준점수가 가장 낮게 나온다. 다만 선택 과목 별 난이도 차이는 수학능력시험이 지속됨에 따라 점점 좁혀지고 있어서 특정 과목 선택에 따른 유불리함은 시간이 갈수록 차츰 사라지고 있다. 따라서 수험생들은 자신이 지원하는 학과와 관계가 있거나 자신이 흥미가 있는 과목을 선택해 응시하는 것이 바람직하다.

3) 변환 상수를 구한다.

변환 상수는 표준점수와 변환표준점수를 잇는 다리 역할을 하는 수치이다.

i 영역에서 최고 표준점수를 취득한 응시자의 표준점수를 $S_{i,M}$ 이라 할 때, 변환 상수

$$c = \frac{400}{\sum_{i=1}^5 p_i S_{i,M}}$$

이다.

(단, 여기에서 p_i 는 영역 i 의 배점 비율로서, 인문계나 예체능계의 경우 $p_1 = 1.2$, $p_2 = 0.8$, $p_3 = 0.72$, $p_4 = 0.48$, $p_5 = 0.8$ 이며, 자연계의 경우 $p_3 = 0.48$, $p_4 = 0.72$ 이며 나머지 수치는 인문계와 같다.)

최고 득점자의 표준점수는 난이도에 따라 65~85점대 안에서 변동하는 것이 일반적이다.

2003년을 기준으로 최근의 언어 영역 최고 득점자의 표준점수는 보통 82점 안팎이며, 수리 영역은 인문계의 경우 84점 안팎, 자연계의 경우 80점 안팎이다. 사회탐구나 과학탐구 영역의 경우 75점 안팎이며, 외국어 영역의 경우 70점 안팎이다. 이로부터 변환 상수를 계산해 보면 일반적으로 1.29 안팎의 수치를 갖는 것을 알 수 있다.

4) 변환표준점수를 계산한다.

지금까지 계산된 여러 수치들을 활용하여 최종적으로 변환표준점수를 산출해 낸다.

변환표준점수 공식에 의하면, 응시자 j 의 i 영역 변환표준점수

$$v_{i,j} = cp_i S_{i,j}$$

이다.

변환표준점수 제도는 1999학년도에 수학능력시험 탐구 영역(당시에는 수리탐구영역(II))에 선택 과목이 도입되면서, 서로 다른 과목을 선택한 학생들 간에 난이도 차이에 따른 유효리를 상쇄시키기 위해 채택되었다. 1999학년도 표준점수 제도 도입 후 가장 극단적인 경우는 2001학년도 수학능력시험 제2외국어 영역과 2002.9.3. 실시 모의 수학능력시험 인문계 과학탐구 영역, 2002학년도 수학능력시험 인문계 수리 영역에서 있었다. 2001학년도 수학능력시험 제2외국어 영역은 시험의 난이도가 너무 낮아 원점수 40점 만점을 취득한 학생들의 변환표준점수가 32점 수준에 머물렀다. (100점 만점 환산 시 80점) 한편, 2002.9.3. 실시 모의 수학능력시험 인문계 과학탐구 영역은 난이도가 지나치게 높아 원점수 48점 만점을 취득한 학생들의 변환표준점수가 54점 수준에까지 이르렀다. (100점 만점 환산 시 112.5점) 실제 수학능력시험 시험에서는 2002학년도 수학능력시험 인문계 수리 영역에서 80점 만점을 취득한 학생들이 88점의 변환표준점수를 받음으로써 가장 높은 만점자 변표 상승률을 기록하였다. (100점 만점 환산 시 110점)

한편, 위 공식에 따르면 만점자는 모든 영역에서 최고 득점자에 해당하므로 만점자의 변환표준점수는 400.00점이 된다. 그럼에도 불구하고 사상 초유의 낮은 난이도로 66명의 만점자들(전체 응시자의 약 0.01%)을 맞이했던 2001학년도 수학능력시험에서의 경우, 원점수 400점 획득자의 변환표준점수가 398점대에 머무르는 일이 나타나기도 했는데, 이것은 탐구 영역에서의 선택 과목에 의한 결과이다. 가령, 자연계에서 난이도가 낮았던 생물2를 선택했던 응시자들은 원점수 400점 만점을 받고도 변환표준점수에서 400점을 받지 못했다. 이는 자연계에서는 물리2를 선택하지 않았던 모든 만점자들의

경우에도 마찬가지였고, 인문계에서는 경계를 선택하지 않았던 모든 만점자들의 경우도 마찬가지였다.

한편, 원점수가 400점이 아니더라도 모든 영역에서 최고 득점을 기록하고, 변환표준점수 상승률이 가장 높은 선택 과목을 선택한 응시자라면 변환표준점수 총점에서 400.00점을 획득할 수 있다. 하지만 이런 사례는 아직 없었다. 2002학년도와 2003학년도 수학능력시험에서 인문계와 자연계 최고 득점자들의 원점수는 394.0~394.5점에 육박하였는데 이들의 변환표준점수는 모두 396점이었다. 이것은 이들이 언어 영역에서 최고점을 기록하지 못했기 때문으로 해석된다.

총점 기준으로 같은 원점수를 받았다면 언어 영역에서 고득점하여 해당 원점수를 받은 학생이 외국어 영역에서 고득점하여 해당 원점수를 받은 학생보다 일반적으로 더 높은 변환표준점수를 기록한다. 이것은 표준점수 변동이 언어 영역에서 더 민감하게 일어나기 때문이다. 수리 영역이나 탐구 영역은 매 시험에 따라 난이도 편차가 심한 편이라 일률적으로 판단하기가 어렵다.

2002학년도 수학능력시험 이후에 변환표준점수가 정수로 표기되기 시작하면서 원점수 총점 400점 만점자의 변환표준점수 총점이 401점이 되는 사례가 발견된 적이 있는데 (2004학년도 제1차 모의 수학능력시험) 이것은 사사오입으로 인해 나타난 오차로 해석된다. 이는 수학능력시험의 자격시험화나 ‘줄 세우기’ 폐지를 주장하는 정책 집행자들과 좌파계 여론 주도자들의 변환표준점수 제도와 통계학에 대한 물이해가 빚어낸 산물로서 사사오입 제도가 얼마나 큰 결함을 가지고 있는 지를 성적표가 반증하고 있는 사례라고 볼 수 있다. 실제로, 변환표준점수를 소수점 둘째 자리까지 표기할 때 생기는 영역별 최고 오차는 ± 0.005 로서 총점의 오차 범위는 $5 \times 2 \times 0.005 = 0.05$ 에 불과하나, 이를 정수로 표기할 때 생기는 영역별 최고 오차는 ± 0.5 로서 총점의 오차 범위는 $5 \times 2 \times 0.5 = 5$ 점으로 기준에 비해 100배나 늘어나게 된다.

400점 만점에 5점은 100점 만점으로 환산하면 1.25점에 해당하는 수치로서 실제 대학 입학 전형 과정에서 가중치가 붙는 식으로 자료의 가공이 일어날수록 그 오차 범위는 더욱 커진다. 사사오입 정책이 시행되기 전에는 이론상 최고 오차가 0.05점에 불과했기 때문에 계산 상의 오차로 인해 실제 입시 현장에서 합불이 반전되는 사례는 극히 일부의 확인되기도 어려운 경우에 한정되었다. 하지만 2002학년도 이후에는 고의적인 사사오입에 의한 오차의 확대로 인해 이와 같은 사례가 급증하기 시작해 급기야 2003학년도에는 몇 차례의 ‘반올림 소송’ 관련 내용이 언론에 보도되는 지경에까지 이르렀다.

지금 우리는 실제로는 그러면서도 마치 겉으로는 수학능력시험 총점에 의해 일렬로 줄을 서서 대학에 들어가지 않는 것처럼 ‘눈 가리고 아웅’하기 위해서 ‘수학적 진실의 희생’을 그 기회 비용으로 지불하고 있는 것이다.

연습 문제

다음 자료들을 바탕으로 유경이의 수리 영역 변환표준점수를 소수점 둘째 자리까지 계산하여라. 유경이의 수리 영역 원점수는 77점이며 유경이는 인문계로 응시하였다.

(단, 사회탐구 영역 선택 과목에 따른 표준점수 차이는 무시한다.)

| 영역 | 전체 응시자 평균 원점수 | 전체 응시자 원점수의 표준편차 | 최고 득점자 원점수 |
|------|---------------|------------------|------------|
| 언어 | 78.68 | 13.06 | 119 |
| 수리 | 36.44 | 13.53 | 80 |
| 사회탐구 | 41.79 | 11.95 | 72 |
| 과학탐구 | 23.01 | 12.17 | 48 |
| 외국어 | 48.65 | 16.82 | 80 |

정답 : 83.70