

2020학년도 4월 고3 전국연합학력평가 문제지

수학 영역(나형)

성명		수험 번호							3					
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형 / 나형)의 문제지인지 확인하시오.
 - 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.
- 바람들은 맑은 햇살을 뿌리며 돌아간다
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형(가형 / 나형), 답을 정확히 표시하시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

수학 영역(나형)

제 2 교시

1

5지선다형

1. $3 \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

$$3 \times 2 = 6$$

②

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + x + 3)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

③

3. 첫째항이 2이고 공비가 5인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_2 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

②

4. $\int_0^1 (3x^2 + 2)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\left[x^3 + 2x \right]_0^1 = 3$$

③

2

수학 영역(나형)

5. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = 10, \sum_{k=1}^{10} b_k = 3$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k)$ 의 값은? [3점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

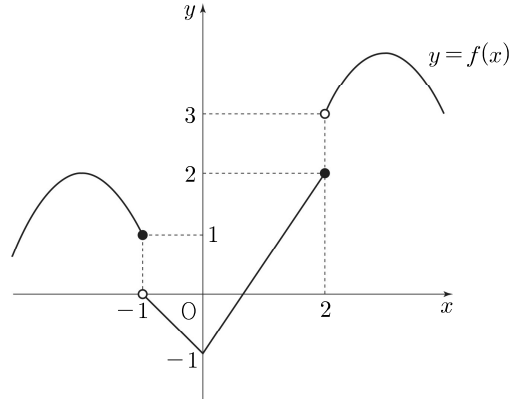
① $20 - 3 = 17$

6. 함수 $y = a + \log_2 x$ 의 그래프가 점 (4, 7)을 지날 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$7 = 2 + a$ ⑤

7. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(-1) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$1 + 3 = 4$ ④

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax+3 & (x \neq 1) \\ 5 & (x = 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

② $a+3=5$

9. $\log_3 10 + \log_3 \frac{9}{5} - \log_3 \frac{2}{3}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\log_3 \left(10 \times \frac{9}{5} \times \frac{3}{2} \right) = 3$ ③

10. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h)-4}{2h} = 1$$

을 만족시킬 때, $f(3)+f'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$f(3) = 4$ ①

$f'(3) = 2$

4

수학 영역(나형)

11. $\left(x + \frac{2}{x}\right)^5$ 의 전개식에서 x 의 계수는? [3점]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

$$5C_3 x^3 \left(\frac{2}{x}\right)^2 \quad \text{⑤}$$

$$10 \times 4 = 40$$

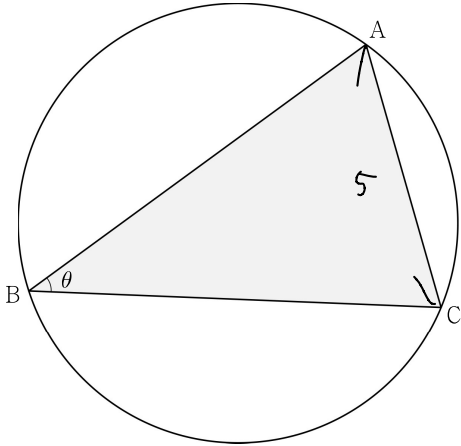
12. 방정식 $x+y+z+w=11$ 을 만족시키는 자연수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는? [3점]

- ① 80 ② 90 ③ 100 ④ 110 ⑤ 120

⑤

$$10C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

13. 그림과 같이 반지름의 길이가 4인 원에 내접하고 변 AC의 길이가 5인 삼각형 ABC가 있다. $\angle ABC = \theta$ 라 할 때, $\sin\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \pi$) [3점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

ⓐ $\frac{5}{\sin\theta} = 8$

14. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - x - 2} = 6$$

을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① -24 ② -21 ③ -18 ④ -15 ⑤ -12

ⓑ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)} = 18$

$f(2) = 0$ $f(x) = 3(x-2)(x-a)$
 $f'(2) = 18$ $f'(x) = 3(x-a) + 3(x-2)$

$2-a = 6$ $a = -4$

$6a = -24$

15. 두 함수

$$f(x) = \cos(ax) + 1, \quad g(x) = |\sin 3x|$$

의 주기가 서로 같을 때, 양수 a 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

②

$$\frac{2\pi}{a} = \frac{2\pi}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$a = 6$$

16. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$3xf(x) = 9 \int_1^x f(t) dt + 2x$$

를 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]

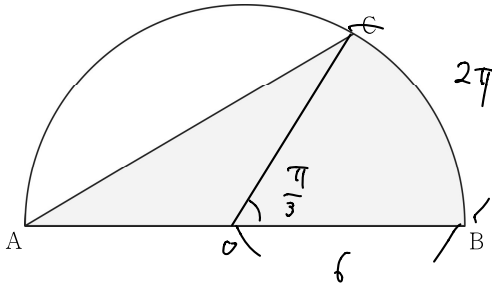
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$$3f(x) = 2 \quad f(1) = \frac{2}{3} \quad \text{⑤}$$

$$3f(x) + 3x f'(x) = 9f(x) + 2$$

$$2 + 3f'(1) = 8 \quad f'(1) = 2$$

17. 그림과 같이 길이가 12인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 C가 있다. 호 CB의 길이가 2π 일 때, 두 선분 AB, AC와 호 CB로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]



- ① $5\pi + 9\sqrt{3}$ ② $5\pi + 10\sqrt{3}$ ③ $6\pi + 9\sqrt{3}$
 ④ $6\pi + 10\sqrt{3}$ ⑤ $7\pi + 9\sqrt{3}$

$$\frac{1}{2} \times 36 \times \sin \frac{2\pi}{3} + \frac{1}{2} \times 36 \times \frac{\pi}{3}$$

$$= 9\sqrt{3} + 6\pi$$

③

18. 1이 아닌 세 양수 a, b, c 와 1이 아닌 두 자연수 m, n 이 다음 조건을 만족시킨다. 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는? [4점]

- (가) $\sqrt[m]{a}$ 는 b 의 m 제곱근이다.
 (나) $\sqrt[n]{b}$ 는 c 의 n 제곱근이다.
 (다) c 는 a^{12} 의 네제곱근이다.

- ① 4 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 16

$$a^{\frac{1}{m}} = b^{\frac{1}{n}}$$

$$b^{\frac{1}{n}} = c^{\frac{1}{n}}$$

$$c = a^3$$

$$b = c^{\frac{1}{2}}$$

$$b = c^{\frac{1}{3}}$$

$$mn = 18$$

~~$$(1, 18)$$~~

$$(2, 9)$$

$$(3, 6)$$

$$2 \times 2 = 4$$

④

8

수학 영역(나형)

19. 매주 월요일부터 수요일까지 총 4주에 걸쳐 서로 다른 세 종류의 봉사활동 A, B, C를 반드시 하루에 한 종류씩 다음 규칙에 따라 신청하려고 한다.

봉사활동 신청서			
	월요일	화요일	수요일
첫째 주			C
둘째 주			C
셋째 주			C
넷째 주			C

- 봉사활동 A, B, C를 각각 3회, 3회, 6회 신청한다.
- 첫째 주에는 봉사활동 A, B, C를 모두 신청한다.
- 같은 요일에는 두 종류 이상의 봉사활동을 신청한다.

다음은 봉사활동을 신청하는 경우의 수를 구하는 과정이다.

규칙에 따라 봉사활동을 신청하는 경우는 첫째 주에 봉사활동 A, B, C를 모두 신청한 후 ' (i) 첫째 주를 제외한 3주간의 봉사활동을 신청하는 경우 ' 에서 ' (ii) 첫째 주에 봉사활동 C를 신청한 요일과 같은 요일에 모두 봉사활동 C를 신청하는 경우 ' 를 제외하면 된다.

첫째 주에 봉사활동 A, B, C를 모두 신청하는 경우의 수는 3!이다.

(i)의 경우:

봉사활동 A, B, C를 각각 2회, 2회, 5회 신청하는 경우의 수는 (가) 이다.

(ii)의 경우:

첫째 주에 봉사활동 C를 신청한 요일과 같은 요일에 모두 봉사활동 C를 신청하는 경우의 수는 (나) 이다.

(i), (ii)에 의해

구하는 경우의 수는 $3! \times ((가) - (나))$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $p+q$ 의 값은?

[4점]

- ① 825 ② 832 ③ 839 ④ 846 ⑤ 853

④

20. 두 함수

$$f(x) = 2^x, g(x) = 2^{x-2}$$

$$f^{-1}(x) = \log_2 x$$

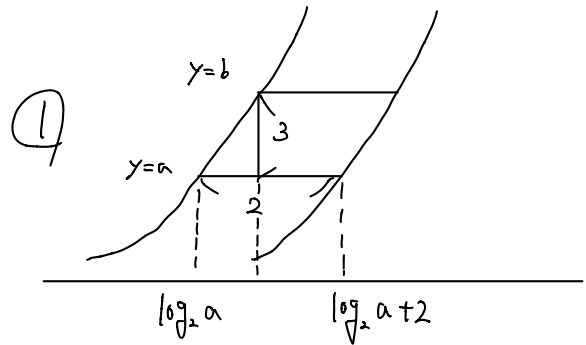
$$g^{-1}(x) = \log_2 (x+2)$$

에 대하여 두 양수 a, b ($a < b$)가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

(가) 두 곡선 $y=f(x), y=g(x)$ 와 두 직선 $y=a, y=b$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 6이다.

(나) $g^{-1}(b) - f^{-1}(a) = \log_2 6$

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19



$$b-a=3$$

$$\log_2 b + 2 - \log_2 a = \log_2 6$$

$$2b - 2a = 6$$

$$2b = 3a$$

$$a=6, b=9$$

$$\log_2 \frac{b}{a} = \log_2 \frac{3}{2}$$

21. 좌표평면에 세 점 $O(0, 0)$, $A(\sqrt{2}, 0)$, $B(0, \sqrt{2})$ 가 있다.
 점 O 를 중심으로 하는 원 C 의 반지름의 길이가 t 일 때, 삼각형 ABP 의 넓이가 자연수인 원 C 위의 점 P 의 개수를 함수 $f(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
 (단, 점 P 는 직선 AB 위에 있지 않다.) [4점]

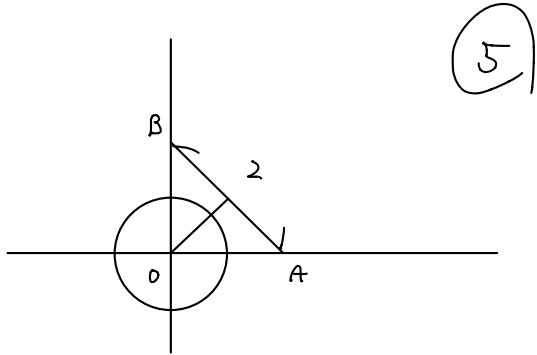
< 보기 >

㉠. $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$

㉡. $\lim_{t \rightarrow 1^+} f(t) \neq f(1)$

㉢. $0 < a < 4$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(t)$ 가 $t = a$ 에서 불연속인 a 의 개수는 3이다. $a=1, a=2, a=3$

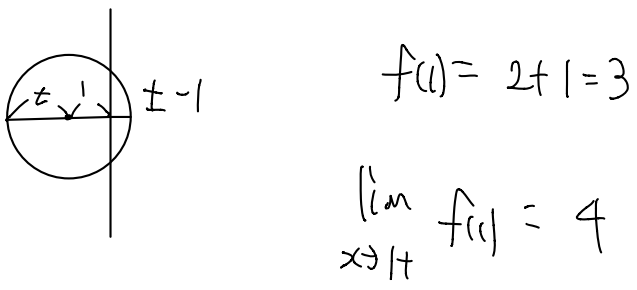
- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢



$t < 1$ $1-t \leq \triangle ABP \leq 1+t$

$1 < t \leq 2$ $t-1 \leq \triangle ABP \leq t+1$

$2 < t$ $1 \leq \triangle ABP \leq t+1$



단답형

22. ${}_2\Pi_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

$2^3 = 8$ (8)

23. 함수 $f(x) = x^4 + 3x^2 + 7x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$f'(x) = 4x^3 + 6x + 7$

(17)

24. 첫째항이 6인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $2a_4 = a_{10}$ 일 때, a_9 의 값을 구하시오. [3점]

$$6 + 2 \times 8 = 22 \quad (22)$$

$$2(6 + 3d) = 6 + 9d$$

$$6 = 3d \quad d = 2$$

25. 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = 4x^3 + 4x + 1$ 이다. $f(0) = 1$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

(27)

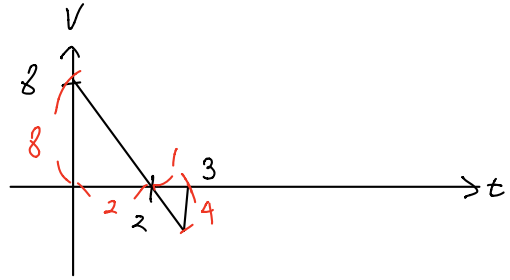
$$f(x) = x^4 + 2x^2 + x + 1$$

$$16 + 8 + 2 + 1 = 27$$

26. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -4t + 8$$

일 때, $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [4점]



$$8 + 2 = 10$$

(10)

27. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} + 3a_n = (-1)^n \times n$$

을 만족시킨다. a_5 의 값을 구하시오. [4점]

139

$$a_2 + 3a_1 = -1$$

$$a_2 = 1,$$

$$a_3 + 3a_2 = 2$$

$$a_3 = -4$$

$$a_4 + 3a_3 = -3$$

$$a_4 = 14$$

$$a_5 + 3a_4 = 4$$

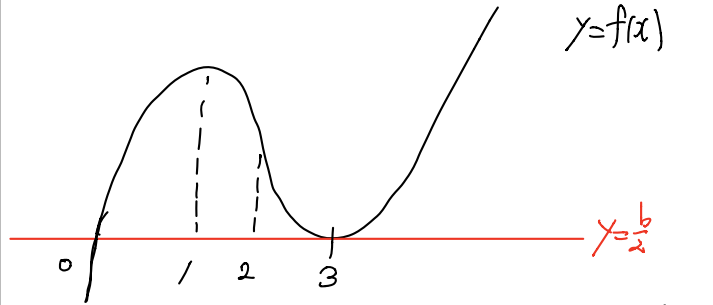
$$a_5 = -45$$

$$a_5 = 139$$

28. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax + 10$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} b - f(x) & (x < 3) \\ f(x) & (x \geq 3) \end{cases} \Rightarrow f(x) \frac{2}{2} \quad y = \frac{b}{2} \text{ 대칭 시킨 것}$$

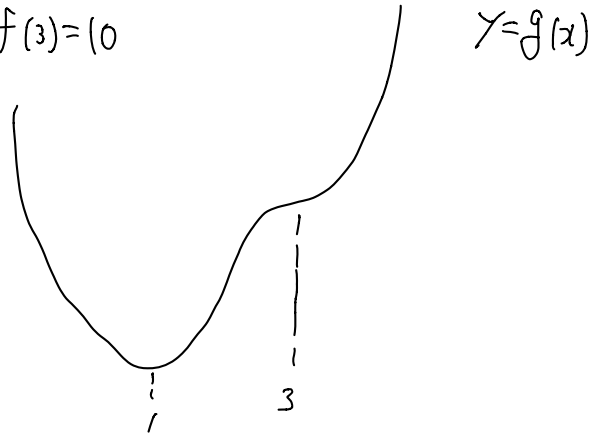
이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 함수 $g(x)$ 의 극솟값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]



$$f'(x) = 3x^2 - 12x + a$$

$$a = 9, b = 20$$

$$f(3) = 0$$



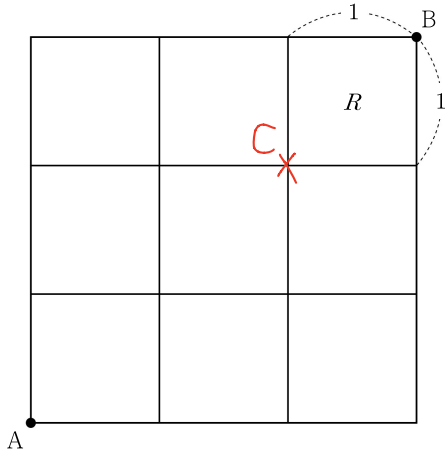
$$g(1) = b - f(1) = 20 - 14 = 6$$

6

12

수학 영역(나형)

29. 그림과 같이 바둑판 모양의 도로망이 있다. 이 도로망은 정사각형 R과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 9개로 이루어진 모양이다.



이 도로망을 따라 최단거리로 A 지점에서 출발하여 B 지점을 지나 다시 A 지점까지 돌아올 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 정사각형 R의 네 변을 모두 지나야 한다. ⇒ C 무조건 거쳐야 함
- (나) 한 변의 길이가 1인 정사각형 중 네 변을 모두 지나게 되는 정사각형은 오직 정사각형 R뿐이다.

(가) 만족

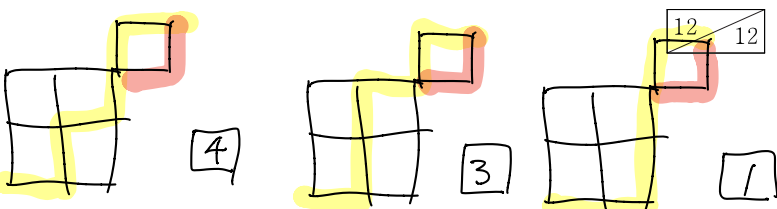
$$A \rightarrow C \rightarrow B \quad \frac{4!}{2!2!} \times 2 = 12$$

$$B \rightarrow C \rightarrow A \quad 1 \times \frac{4!}{2!2!} = 6$$

$$12 \times 6 = 72$$

(가) 만족, (나) 불만족

$$2 \times (1+1+3+4+3+1) = 32$$



30. 양의 실수 t와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 f(x)에 대하여 함수

$$g(t) = \frac{f(t) - f(0)}{t} = \frac{f(t) - f(0)}{t - 0}$$

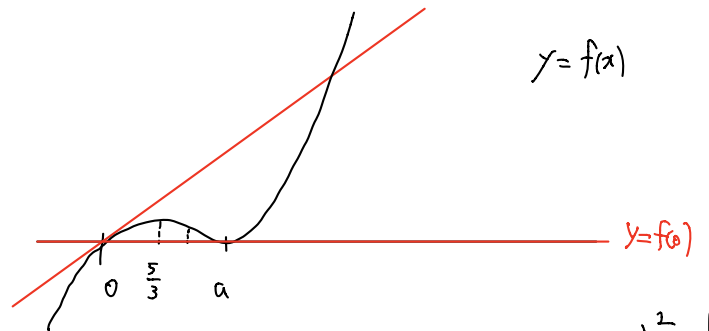
이라 하자. 두 함수 f(x)와 g(t)가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 g(t)의 최솟값은 0이다. ⇒ (0, f(0))은 변곡점
- (나) x에 대한 방정식 f'(x) = g(a)를 만족시키는 x의 값은 a와 $\frac{5}{3}$ 이다. (단, $a > \frac{5}{3}$ 인 상수이다.)

자연수 m에 대하여 집합 A_m을

$$A_m = \{x \mid f'(x) = g(m), 0 < x \leq m\}$$

이라 할 때, n(A_m) = 2를 만족시키는 모든 자연수 m의 값의 합을 구하시오. [4점]



$$\frac{a}{3} = \frac{5}{3} \quad a = 5$$

$$f(x) = x(x-5)^2 + f(0)$$

$$f'(x) = (x-5)^2 + 2x(x-5)$$

$$5 \leq m < 10$$

$$y = 25x + f(0)$$

$$5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 35$$

35

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

