

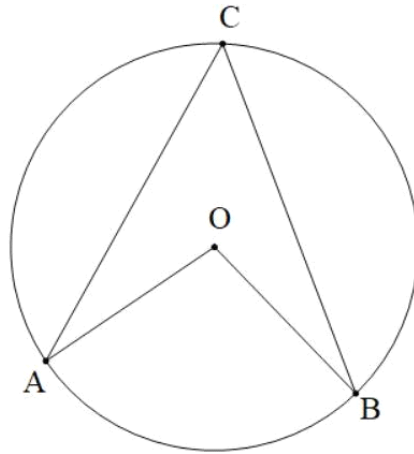
II. 원 : 각

다음으로 살펴볼 도형은, 삼각형만큼이나 자주 등장하는 도형인 원입니다. 한 원 위의 점들을 발견하는 것이 중요한 이유는 그 사실이 우리에게 굉장히 많은 정보를 알려주기 때문입니다.

1. 원과 각

한 원 위에 있는 점들을 통해 얻을 수 있는 중요한 정보 중 하나는 바로 각입니다. 우선 **원주각**과 **중심각**의 관계부터 다시 복습하도록 합시다. 원의 중심을 O , 원 위의 세 점을 각각 A, B, C 라 했을 때 다음의 관계가 성립합니다.

$$\angle AOB = 2\angle ACB$$



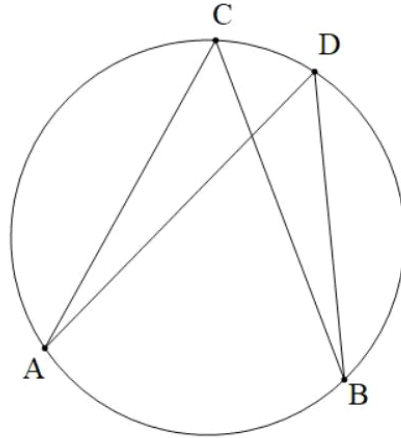
이로부터 자연스럽게 알 수 있는 중요한 성질이 바로 **한 현에 대한 원주각은 항상 일정하다**는 사실입니다. 고정된 현의 중심각은 항상 일정하므로, 중심각의 절반인 원주각 역시 일정할 수 밖에 없기 때문입니다. 점 A, B 가 원 위의 점일 때, \overline{AB} 를 기준으로 한 쪽에 위치하는 원 위의 임의의 점 C 에 대하여 다음이 성립합니다.

$$\angle ACB \text{는 일정}$$

다른 식으로 표현하자면, 원 위에 네 점 A, B, C, D 가 순서대로 있을 때 다음이 성립합니다.

$$\angle ACB = \angle ADB$$

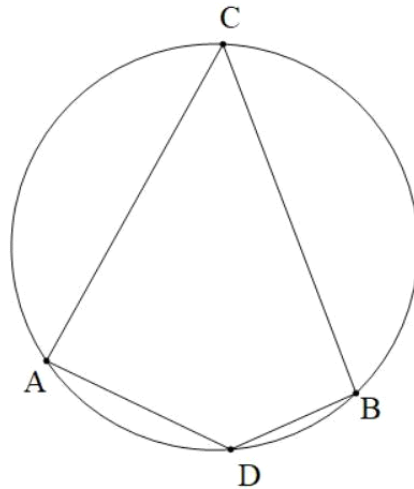
위의 원주각과 관련된 정리는 **역도 성립**합니다. 즉 $\angle ACB = \angle ADB$ 이면 A, B, C, D 는 한 원 위에 있습니다.



만약 \overleftrightarrow{AB} 를 기준으로 C 와 D 가 반대편에 있다면 어떻게 될까요? 이 경우 다음이 성립합니다.

$$\angle ACB + \angle ADB = 180^\circ$$

이 역시 역도 성립합니다. 즉 $\angle ACB + \angle ADB = 180^\circ$ 이면 A, B, C, D 는 한 원 위에 있습니다.



원주각과 중심각에 대한 정리를 반드시 기억해야 하는 이유는, 이를 통해서 같은 크기의 각들을 찾아내어 각에 관한 정보를 굉장히 많이 얻을 수 있기 때문입니다. 삼각형의 합동에 관한 칼럼에서도 썼었지만 평면 기하 문제, 사실은 모든 수학 문제를 해결하는 과정은 주어진 상황에서 최대한 많은 정보를 뽑아내는 과정입니다. 이러한 관점에서 **한 원 위의 점들은 우리에게 많은 정보들을 주기 때문에 굉장히 유용합니다.**

원주각에 관한 특수한 상황을 몇가지 더 살펴보겠습니다.

우선 원주각과 원의 지름을 연결짓는 상황도 종종 등장합니다. A, B, C 가 한 원 위에 있을 때, 지름과 원주각에 관하여 아래의 두 가지 성질이 성립합니다.

- 1) $\angle ACB = 90^\circ$ 이면, \overline{AB} 는 원의 지름이다.
- 2) \overline{AB} 가 원의 지름이면, $\angle ACB = 90^\circ$ 이다.

지름의 중심각이 180° 라는 것을 생각하면 두 성질 모두 자명함을 알 수 있습니다. 위 성질이 중요한 이유는, 각의 크기를 통해서 원의 지름이라는 전혀 새로운 정보를 얻어낼 수 있기 때문입니다. 지름을 알게 되면 원의 반지름 역시 알 수 있고, 이를 통해 새로운 많은 정보들을 찾아낼 수 있습니다.