

제 2 교시

수학 영역(A형)

홀수형

5지선다형

10번 문항 피드백

6. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + a$ 와 함수 $g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2|x-b|^{n+1}}{|x-b|^{n+1}+1}$ 에 대하여 $h(x) = f(x)g(x)$ 라 하자. 함수 $h(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이 되도록 하는 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

19. 자연수 a, b 에 대하여

함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{n+b} + 2x - 1}{x^n + 1}$ ($x > 0$)이 $x = 1$ 에서 미분가능할 때, $a + 10b$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 두 함수

$$g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n-1} - 1}{x^{2n} + 1}, \quad h(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

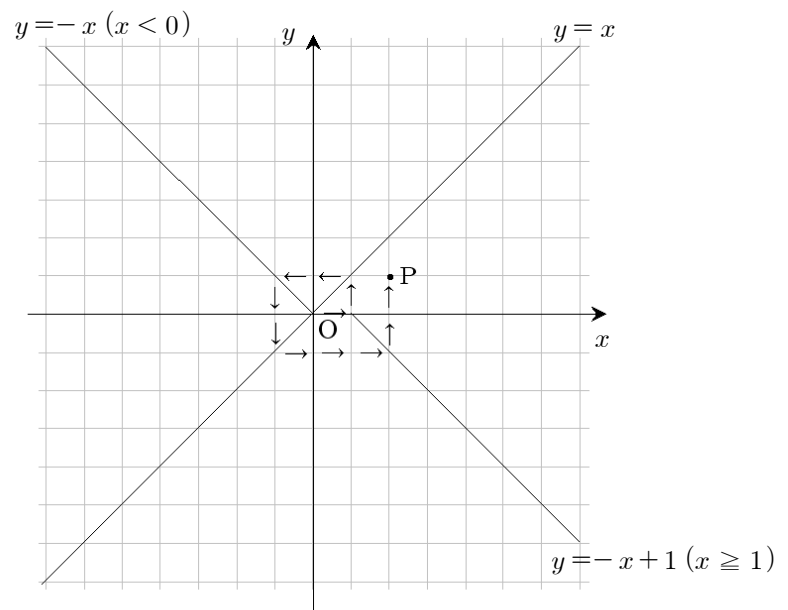
에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 와 함수 $f(x)h(x)$ 가 모두 연속함수일 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

16번 문항 피드백

17. 좌표평면 위를 움직이는 점 P는 다음과 같은 규칙으로 x 축 또는 y 축과 평행한 방향으로 이동한다.

- (가) 1회 이동거리는 1이고, 처음에는 원점을 출발하여 점 $(1, 0)$ 으로 이동한다.
 (나) 점 P가 반직선 $y = -x + 1$ ($x \geq 1$) 위의 점에 도착하면 y 축의 양의 방향으로 이동하고, 반직선 $y = x$ ($x > 0$) 위의 점에 도착하면 x 축의 음의 방향으로 이동한다.
 (다) 점 P가 반직선 $y = -x$ ($x < 0$) 위의 점에 도착하면 y 축의 음의 방향으로 이동하고, 반직선 $y = x$ ($x < 0$) 위의 점에 도착하면 x 축의 양의 방향으로 이동한다.

예를 들어, 그림과 같이 점 P가 원점을 출발하여 11회 이동하면 점 $(2, 1)$ 에 도착한다.



점 P가 원점을 출발하여 k 회 이동하면 점 $(0, 10)$ 에 도착한다. k 의 값은? (단, 각각의 반직선에 도착하기 전에는 진행방향을 바꾸지 않는다.) [4점]

- ① 350 ② 360 ③ 370 ④ 380 ⑤ 390

27. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 세 점 P_1, P_2, P_3 의 좌표는 각각 $(-1, 0), (1, 0), (-1, 2)$ 이다.
- (나) 선분 P_nP_{n+1} 의 중점과 선분 $P_{n+2}P_{n+3}$ 의 중점은 같다.

예를 들어, 점 P_4 의 좌표는 $(1, -2)$ 이다. 점 P_{26} 의 좌표가 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

16. 자연수 n 에 대하여 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점 P_1 의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
- (나) 점 P_n 의 좌표가 (a, b) 일 때,
 $b < 2^a$ 이면 점 P_{n+1} 의 좌표는 $(a, b+1)$ 이고
 $b = 2^a$ 이면 점 P_{n+1} 의 좌표는 $(a+1, 1)$ 이다.

점 P_n 의 좌표가 $(10, 2^{10})$ 일 때, n 의 값은? [4점]

- ① $2^{10} - 2$
- ② $2^{10} + 2$
- ③ $2^{11} - 2$
- ④ 2^{11}
- ⑤ $2^{11} + 2$

30. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 점 P_n, Q_n 을 다음 규칙대로 잡는다.

- (가) 점 P_1 의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- (나) 점 P_n 을 x 축의 방향으로 n 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 점은 Q_n 이다.
- (다) 점 Q_n 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 점은 P_{n+1} 이다.

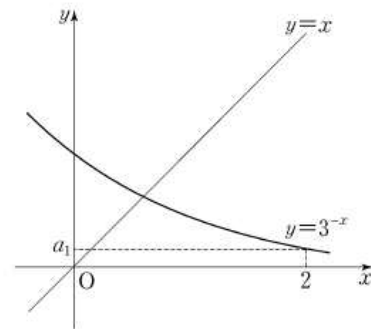
점 Q_n 의 좌표를 (a_n, b_n) 이라 할 때, $a_{21} + b_{21}$ 의 값을 구하시오. [4점]

14번 문항 피드백

27. 지수함수 $f(x) = 3^{-x}$ 에 대하여

$$a_1 = f(2), a_{n+1} = f(a_n) \quad (n=1, 2, 3)$$

일 때, a_2, a_3, a_4 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? [3점]



- ① $a_2 < a_3 < a_4$
- ② $a_4 < a_3 < a_2$
- ③ $a_2 < a_4 < a_3$
- ④ $a_3 < a_2 < a_4$
- ⑤ $a_3 < a_4 < a_2$

17번 문항 피드백

4. 곡선 $y = x^2$ 위의 점 $(-2, 4)$ 에서의 접선이 곡선 $y = x^3 + ax - 2$ 에 접할 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

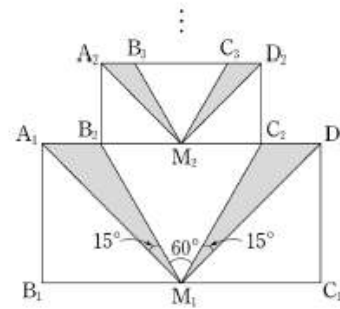
20. 양수 a 에 대하여 점 $(a, 0)$ 에서 곡선 $y = 3x^3$ 에 그은 접선과 점 $(0, a)$ 에서 곡선 $y = 3x^3$ 에 그은 접선이 서로 평행할 때, $90a$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 함수 $f(x) = x^3 - (a+2)x^2 + ax$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 개구간 $(0, 5)$ 에서 증가할 때, a 의 최솟값을 구하시오. [3점]

18번 문항 피드백

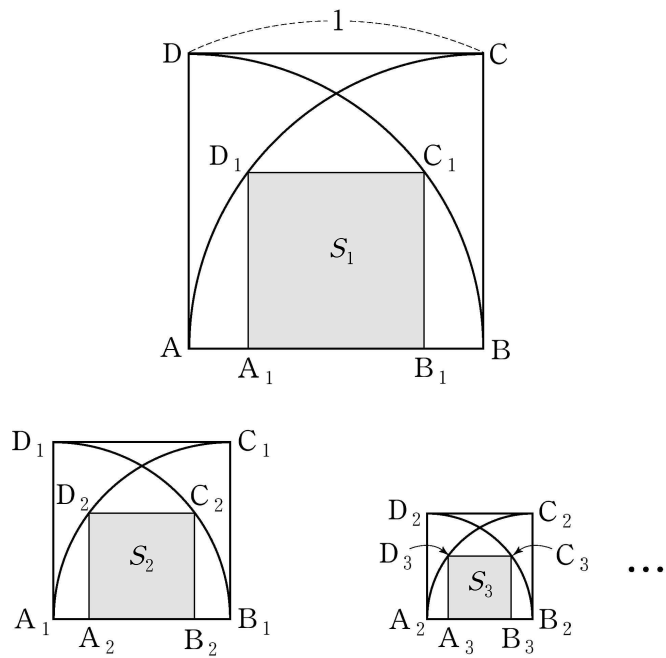
10. $\overline{A_1B_1} = 1$, $\overline{B_1C_1} = 2$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 그림과 같이 선분 B_1C_1 의 중점을 M_1 이라 하고 선분 A_1D_1 위에 $\angle A_1M_1B_2 = \angle C_2M_1D_1 = 15^\circ$, $\angle B_2M_1C_2 = 60^\circ$ 가 되도록 두 점 B_2, C_2 를 정한다. 삼각형 $A_1M_1B_2$ 의 넓이와 삼각형 $C_2M_1D_1$ 의 넓이의 합을 S_1 이라 하자.

사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 가 $\overline{B_2C_2} = 2\overline{A_2B_2}$ 인 직사각형이 되도록 그림과 같이 두 점 A_2, D_2 를 정한다. 선분 B_2C_2 의 중점을 M_2 라 하고, 선분 A_2D_2 위에 $\angle A_2M_2B_3 = \angle C_3M_2D_2 = 15^\circ$, $\angle B_3M_2C_3 = 60^\circ$ 가 되도록 두 점 B_3, C_3 을 정한다. 삼각형 $A_2M_2B_3$ 의 넓이와 삼각형 $C_3M_2D_2$ 의 넓이의 합을 S_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 S_n 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2+\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$
- ③ $\frac{4+\sqrt{3}}{9}$ ④ $\frac{5-\sqrt{3}}{6}$
- ⑤ $\frac{7-\sqrt{3}}{8}$

17. 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 정사각형 ABCD 안에 두 점 A, B를 각각 중심으로 하고 변 AB를 반지름으로 하는 2개의 사분원을 그린다. 이 두 사분원의 공통부분에 내접하는 정사각형을 $A_1B_1C_1D_1$ 이라 하자. 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 안에 두 점 A_1, B_1 을 각각 중심으로 하고 변 A_1B_1 을 반지름으로 하는 2개의 사분원을 그린다. 이 두 사분원의 공통부분에 내접하는 정사각형을 $A_2B_2C_2D_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 정사각형 $A_nB_nC_nD_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{3}{8}$
- ② $\frac{9}{16}$
- ③ $\frac{4}{5}$
- ④ $\frac{9}{8}$
- ⑤ $\frac{23}{16}$

27. 곡선 $y = x^3 - x^2 + a$ 위의 점 $(1, a)$ 에서의 접선이 점 $(0, 12)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

21번 문항 피드백

24. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x - 1$ 이 있다. 실수 $t (t \geq -1)$ 에 대하여 $-1 \leq x \leq t$ 에서 $|f(x)|$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라고 하자. $\int_{-1}^1 g(t) dt = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

26번 문항 피드백

22. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) f(0) = 1, f'(0) = -6, g(0) = 4$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x) - 4}{x} = 0$$

27. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 9$ 를 만족시킨다.
 $g(x) = xf(x)$ 라 할 때, $g'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29번 문항 피드백

이차정사각행렬 $A^4 = E$ 이고, $A^2 + A + E$ 의 역행렬이 $A^2 - A + E$ 일 때, $(A^{-1})^3 + A^{-1}$ 을 간단히 나타낸 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

- ① O ② $-E$ ③ A
- ④ $-A$ ⑤ $A + E$

두 이차정사각행렬 A, B 가 다음 두 조건을 만족할 때, 행렬 $(AB)^2 + 2B^{-1}$ 와 같은 행렬은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

$$(가) A + B = E$$

$$(나) A^2 = -E$$

- ① $E - A$ ② A ③ $2E$
- ④ $E + 3A$ ⑤ $4E - 3A$

30번 문항 피드백

10. k 가 자연수일 때 $\log k$ 의 지표 n 과 가수 a 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_k 를 $P_k(a, n)$ 이라 하자. 점 P_k 를 곡선 $y=(\sqrt{10})^x$ 위에 있도록 하는 모든 k 값의 합은? [4점]

- ① 1210 ② 3210 ③ 5410
 ④ 7510 ⑤ 9410

27. 자연수 n 에 대하여 $\log n$ 의 가수를 $f(n)$ 이라 할 때, 집합

$$A = \{f(n) \mid 1 \leq n \leq 150, n \text{은 자연수}\}$$

의 원소의 개수는? [3점]

- ① 131 ② 133 ③ 135 ④ 137 ⑤ 139

3. k 가 자연수일 때, $\log k$ 의 지표 n 과 가수 a 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_k 를 $P_k(n, a)$ 라 하자. $10 < m < 100$ 인 자연수 m 에 대하여 사각형 $P_1P_{10}P_mP_3$ 의 넓이의 최댓값을 $\log M$ 이라 할 때, $10M^2$ 의 값을 구하시오. [4점]