

제 2 교시

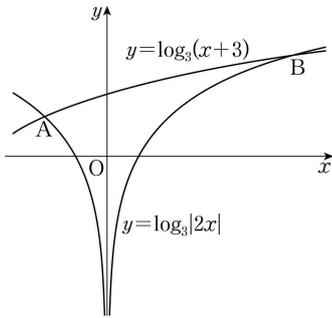
수학 영역

지수 함수와 로그 함수

1. 함수 $y = \log_3 |2x|$ 의 그래프와 함수 $y = \log_3(x+3)$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 직선 AB와 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.) [4점]

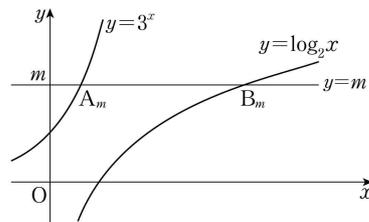
(2020년 고3 3월 교육청 가형 14번)

- ① $\frac{13}{2}$
- ② 7
- ③ $\frac{15}{2}$
- ④ 8
- ⑤ $\frac{17}{2}$



2. 그림과 같이 자연수 m 에 대하여 두 함수 $y = 3^x$, $y = \log_2 x$ 의 그래프와 직선 $y = m$ 이 만나는 점을 각각 A_m , B_m 이라 하자. 선분 $A_m B_m$ 의 길이 중 자연수인 것을 작은 수부터 크기순으로 나열하여 a_1, a_2, a_3, \dots 이라 할 때, a_3 의 값은? [4점]

(2020년 고3 3월 교육청 나형 16번)



- ① 502
- ② 504
- ③ 506
- ④ 508
- ⑤ 510

3. $10 \leq x < 1000$ 인 실수 x 에 대하여 $\log x^3 - \log \frac{1}{x^2}$ 의 값이

자연수가 되도록 하는 모든 x 의 개수를 구하시오. [3점]

(2020년 고3 3월 교육청 나형 25번)

4. 두 함수 $f(x) = x^2 - 6x + 11$, $g(x) = \log_3 x$ 가 있다.

정수 k 에 대하여

$$k < (g \circ f)(n) < k + 2$$

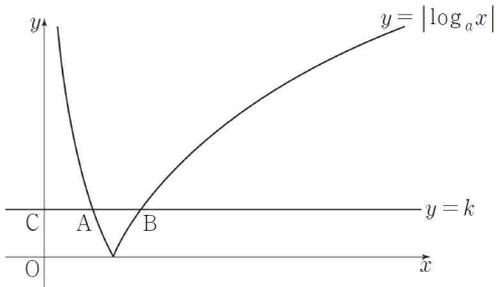
를 만족시키는 자연수 n 의 개수를 $h(k)$ 라 할 때,

$h(0) + h(3)$ 의 값은? [4점]

(2020년 고3 4월 교육청 가형 16번)

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

5. 그림과 같이 1보다 큰 실수 a 에 대하여 곡선 $y = |\log_a x|$ 가 직선 $y = k (k > 0)$ 과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y = k$ 가 y 축과 만나는 점을 C라 하자.
 $\overline{OC} = \overline{CA} = \overline{AB}$ 일 때, 곡선 $y = |\log_a x|$ 와 직선 $y = 2\sqrt{2}$ 가 만나는 두 점 사이의 거리는 d 이다. $20d$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.) [4점]
 (2020년 고3 4월 교육청 가형 28번)



6. 1이 아닌 세 양수 a, b, c 와 1이 아닌 두 자연수 m, n 이 다음 조건을 만족시킨다. 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는? [4점]
 (2020년 고3 4월 교육청 나형 18번)

- (가) $\sqrt[3]{a}$ 는 b 의 m 제곱근이다.
- (나) \sqrt{b} 는 c 의 n 제곱근이다.
- (다) c 는 a^{12} 의 네제곱근이다.

- ① 4 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 16

7. 두 함수

$$f(x) = 2^x, g(x) = 2^{x-2}$$

에 대하여 두 양수 $a, b (a < b)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,
 $a+b$ 의 값은? [4점]

(2020년 고3 4월 교육청 나형 20번)

(가) 두 곡선 $y=f(x), y=g(x)$ 와 두 직선 $y=a, y=b$ 로
 둘러싸인 부분의 넓이가 6이다.

(나) $g^{-1}(b) - f^{-1}(a) = \log_2 6$

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

8. 부등식 $4^x - 10 \times 2^x + 16 \leq 0$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의
 값의 합은? [3점]

(2020년 고2 6월 교육청 12번)

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 함수 $y = 3^x - a$ 의 역함수의 그래프가 두 점 $(3, \log_3 b)$, $(2b, \log_3 12)$ 를 지나도록 하는 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [4점]
 (2020년 고2 6월 교육청 14번)

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

10. 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 선분 AB의 중점이 x 축 위에 있고, 선분 AB를 1:2로 외분하는 점이 y 축 위에 있을 때, 선분 AB의 길이는? [4점]
 (2020년 고2 6월 교육청 16번)

- ① 1 ② $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

11. 1보다 큰 실수 a 에 대하여 두 곡선 $y = \log_a x$, $y = \log_{a+2} x$ 가 직선 $y = 2$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_{a+2} x$ 와 만나는 점을 C, 점 B를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_a x$ 와 만나는 점을 D라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

(2020년 고2 6월 교육청 20번)

<보 기>

- ㄱ. 점 A의 x 좌표는 a^2 이다.
 ㄴ. $\overline{AC} = 1$ 이면 $a = 2$ 이다.
 ㄷ. 삼각형 ACB와 삼각형 ABD의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 할 때, $\frac{S_2}{S_1} = \log_a(a+2)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

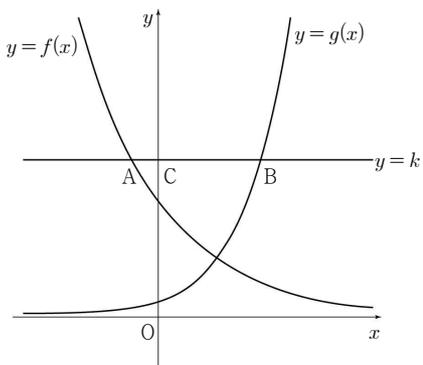
12. 다음 조건을 만족시키는 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

(2020년 고2 6월 교육청 26번)

(가) $\log_2(\log_4 a) = 1$

(나) $\log_a 5 \times \log_5 b = \frac{3}{2}$

13. 그림과 같이 두 함수 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$, $g(x)=4^{x-1}$ 의 그래프와 직선 $y=k$ ($k>2$)가 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 $C(0, k)$ 에 대하여 $\overline{AC} : \overline{CB} = 1 : 5$ 일 때, k^3 의 값을 구하시오. [4점]
 (2020년 고2 6월 교육청 27번)



14. 자연수 k 에 대하여 두 집합 $A=\{\sqrt{a} \mid a \text{는 자연수}, 1 \leq a \leq k\}$, $B=\{\log_{\sqrt{3}} b \mid b \text{는 자연수}, 1 \leq b \leq k\}$ 가 있다. 집합 C 를 $C=\{x \mid x \in A \cap B, x \text{는 자연수}\}$ 라 할 때, $n(C)=3$ 이 되도록 하는 모든 자연수 k 의 개수를 구하시오. [4점]
 (2020년 고2 6월 교육청 28번)

15. 자연수 $k(k \leq 39)$ 에 대하여 함수 $f(x) = 2 \log_{\frac{1}{2}}(x-7+k) + 2$ 의

그래프와 원 $x^2 + y^2 = 64$ 가 만나는 서로 다른 두 점의 x 좌표를 a, b 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 k 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. [4점]

(2020년 고2 6월 교육청 29번)

(가) $ab < 0$

(나) $f(a)f(b) < 0$

16. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 11$ 일 때, $-n^2 + 9n - 18$ 의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [3점]

(2021학년도 6월 평가원 가형 12번)

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

17. 두 곡선 $y=2^x$ 과 $y=-2x^2+2$ 가 만나는 두 점을 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 하자. $x_1 < x_2$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

(2021 학년도 6월 평가원 가형 18번/나형 21번)

< 보 기 >

ㄱ. $x_2 > \frac{1}{2}$

ㄴ. $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$

ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. $\frac{1}{2} < \log a < \frac{11}{2}$ 인 양수 a 에 대하여 $\frac{1}{3} + \log \sqrt{a}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

(2022 학년도 수능 예비시험 10번)

- ① 10^{10} ② 10^{11} ③ 10^{12} ④ 10^{13} ⑤ 10^{14}

19. 두 양수 x, y 가

$$\log_2(x+2y) = 3, \quad \log_2 x + \log_2 y = 1$$

을 만족시킬 때, $x^2 + 4y^2$ 의 값을 구하시오. [3점]
(2022학년도 수능 예비시험 18번)

20. 두 함수 $f(x) = 2^x + 1$, $g(x) = 2^{x+1}$ 의 그래프가 점 P에서 만난다. 서로 다른 두 실수 a, b 에 대하여 두 점 $A(a, f(a))$, $B(b, g(b))$ 의 중점이 P일 때, 선분 AB의 길이는? [3점]
(2020년 고3 7월 교육청 가형 13번)

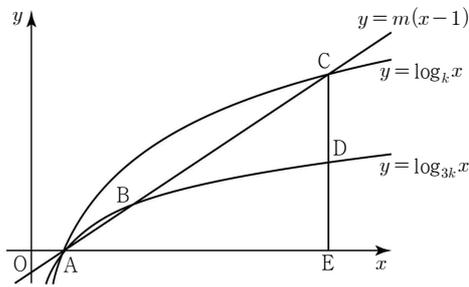
- ① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

21. $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 두 곡선 $y = \log_{3k} x$, $y = \log_k x$ 가 만나는 점을 A 라 하자. 양수 m 에 대하여 직선 $y = m(x-1)$ 이 두 곡선 $y = \log_{3k} x$, $y = \log_k x$ 와 제1 사분면에서 만나는 점을 각각 B, C 라 하자. 점 C 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_{3k} x$, x 축과 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, 세 삼각형 ADB, AED, BDC 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 삼각형 BDC의 넓이는 삼각형 ADB의 넓이의 3배이다.
- (나) 삼각형 BDC의 넓이는 삼각형 AED의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.

$\frac{k}{m}$ 의 값을 구하시오. [4점]

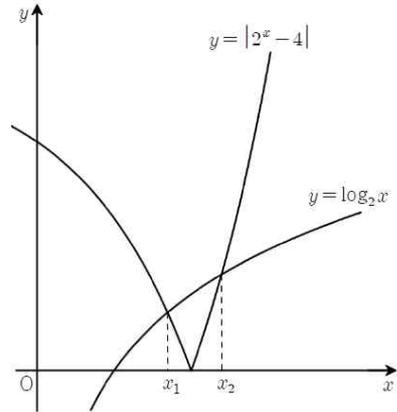
(2020년 고3 7월 교육청 가형 27번)



22. 두 곡선 $y = |2^x - 4|$, $y = \log_2 x$ 가 만나는 두 점의 x 좌표를 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

(2021 학년도 사관학교 나형 21번)

- <보 기>
- ㉠. $\log_2 3 < x_1 < x_2 < \log_2 6$
 - ㉡. $(x_2 - x_1)(2^{x_2} - 2^{x_1}) < 3$
 - ㉢. $2^{x_1} + 2^{x_2} > 8 + \log_2 (\log_3 6)$



- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

23. $\log_3(\log_{27} x) = \log_{27}(\log_3 x)$ 가 성립할 때, $(\log_3 x)^2$ 의 값은?

[3점]

(2021 학년도 경찰대학교 1번)

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{27}$ ③ 3 ④ 9 ⑤ 27

24. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x) = a^{2x} + 4a^x - 2$ 가 구간

$[-1, 1]$ 에서 최댓값 10을 갖는다. 구간 $[-1, 1]$ 에서 함수

$f(x)$ 의 최솟값은? [4점]

(2021 학년도 경찰대학교 12번)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 1

25. $\log_a b = \frac{3}{2}$, $\log_c d = \frac{3}{4}$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 에
 대하여 $a-c=19$ 일 때, $b-d$ 의 값을 구하시오. [4점]
 (2021 학년도 경찰대학교 23번)

26. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 정의된
 함수 $f(x) = -\log_3(mx+5)$ 에 대하여
 $f(-1) < f(1)$ 이 되도록 하는 모든 정수 m 의 개수는? [4점]
 (2020년 고2 9월 교육청 15번)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

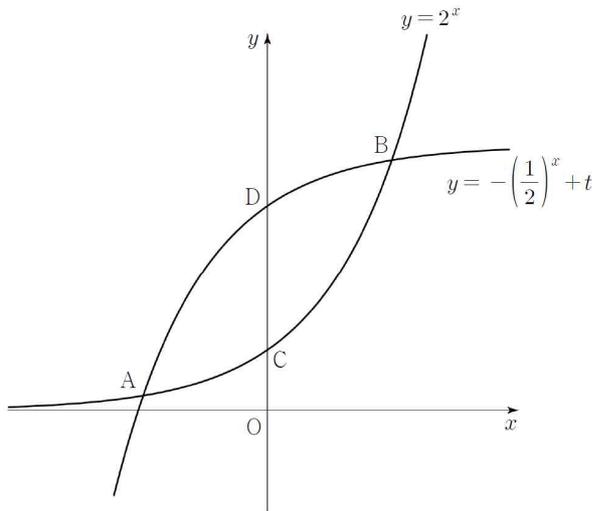
27. 그림과 같이 2보다 큰 실수 t 에 대하여 두 곡선 $y=2^x$ 과

$y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x + t$ 가 만나는 점을 각각 A, B라 하고,

두 곡선 $y=2^x$, $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x + t$ 가 y 축과 만나는 점을

각각 C, D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, O는 원점이다.) [4점]

(2020년 고2 9월 교육청 18번)



< 보기 >

ㄱ. $\overline{CD} = t - 2$
 ㄴ. $\overline{AC} = \overline{DB}$
 ㄷ. 삼각형 ABD의 넓이는
 삼각형 AOB의 넓이는 $\frac{t-2}{t}$ 배이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

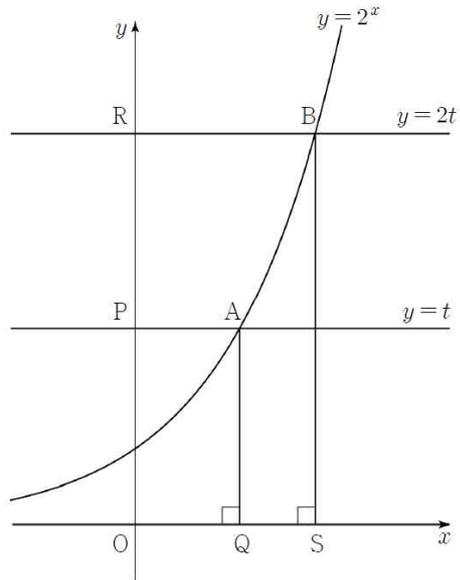
28. 그림과 같이 실수 t ($1 < t < 100$)에 대하여

점 P(0, t)를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 A, 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q라 하자.

점 R(0, 2t)를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 B, 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 S라 하자. 사각형 ABQP의 넓이를 $f(t)$, 사각형 AQSBR의 넓이를 $g(t)$ 라

할 때, $\frac{f(t)}{g(t)}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 t 의 값의 곱은? [4점]

(2020년 고2 9월 교육청 19번)



- ① 2^{11} ② 2^{12} ③ 2^{13} ④ 2^{14} ⑤ 2^{15}

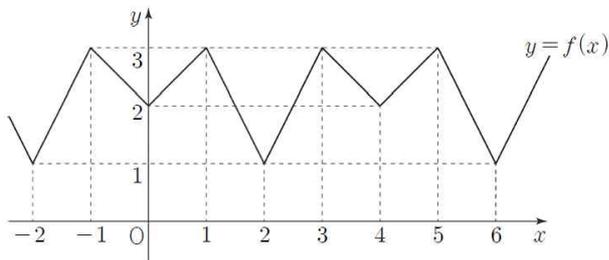
29. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(x) = \begin{cases} x+2 & (0 \leq x < 1) \\ -2x+5 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이고 $f(x) = f(x+4)$ 이다.

n 이 자연수일 때, 함수 $y = \log_{2^n}(x+2n)$ 의 그래프와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 모든 점의 개수를 a_n 이라 하자. $a_1 + a_2 + a_3$ 의 값은? [4점]
(2020년 고2 9월 교육청 21번)

- ① 532 ② 535 ③ 538 ④ 541 ⑤ 544



30. 지수함수 $y = 5^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

함수 $y = \frac{1}{9} \times 5^{x-1} + 2$ 의 그래프와 일치한다.

$5^a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]
(2020년 고2 9월 교육청 26번)

31. x 에 대한 부등식

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x - (3n+16) \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + 48n \leq 0$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 2가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 개수를 구하시오. [4점]

(2020년 고2 9월 교육청 28번)

32. 1보다 큰 세 실수 a, b, c 가

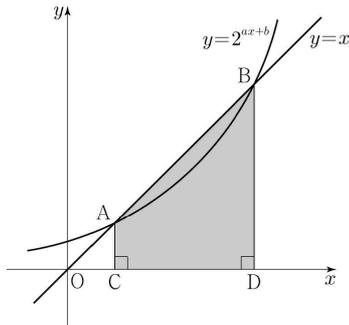
$$\log_a b = \frac{\log_b c}{2} = \frac{\log_c a}{4}$$

를 만족시킬 때, $\log_a b + \log_b c + \log_c a$ 의 값은? [3점]

(2021학년도 9월 평가원 가형 11번)

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

33. 곡선 $y=2^{ax+b}$ 와 직선 $y=x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB}=6\sqrt{2}$ 이고 사각형 ACDB의 넓이가 30일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]
 (2021 학년도 9월 평가원 가형 13번/나형 15번)

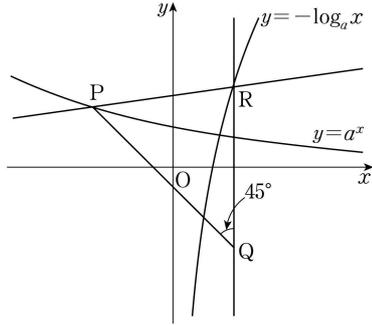


- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{6}$

34. $\angle A = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB}=2\log_2 x$, $\overline{AC}=\log_4 \frac{16}{x}$ 인 삼각형 ABC의 넓이를 $S(x)$ 라 하자. $S(x)$ 가 $x=a$ 에서 최댓값 M 을 가질 때, $a+M$ 의 값은? (단, $1 < x < 16$) [4점]
 (2021 학년도 9월 평가원 나형 17번)

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

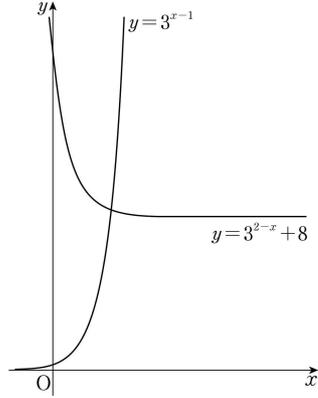
35. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y=a^x (0 < a < 1)$ 위의 점 P가 제2사분면에 있다. 점 P를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동시킨 점 Q와 곡선 $y=-\log_a x$ 위의 점 R에 대하여 $\angle PQR = 45^\circ$ 이다. $\overline{PR} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ 이고 직선 PR의 기울기가 $\frac{1}{7}$ 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]
 (2020년 고3 10월 교육청 가형 15번)



- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

36. 실수 t 에 대하여 직선 $x=t$ 가 곡선 $y=3^{2-x}+8$ 과 만나는 점을 A, x 축과 만나는 점을 B라 하자. 직선 $x=t+1$ 이 x 축과 만나는 점을 C, 곡선 $y=3^{x-1}$ 과 만나는 점을 D라 하자. 사각형 ABCD가 직사각형일 때, 이 사각형의 넓이는? [3점]
 (2020년 고3 10월 교육청 나형 13번)

- ① 9
- ② 10
- ③ 11
- ④ 12
- ⑤ 13



37. 두 곡선 $y=2^{-x}$ 과 $y=|\log_2 x|$ 가 만나는 두 점을 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 하자. $x_1 < x_2$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

(2020년 고3 10월 교육청 나형 21번)

< 보 기 >

ㄱ. $\frac{1}{2} < x_1 < \frac{\sqrt{2}}{2}$

ㄴ. $\sqrt[3]{2} < x_2 < \sqrt{2}$

ㄷ. $y_1 - y_2 < \frac{3\sqrt{2} - 2}{6}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

38. 양수 k 의 세제곱근 중 실수인 것을 a 라 할 때, a 의 네제곱근 중 양수인 것은 $\sqrt[3]{4}$ 이다. k 의 값은? [3점]

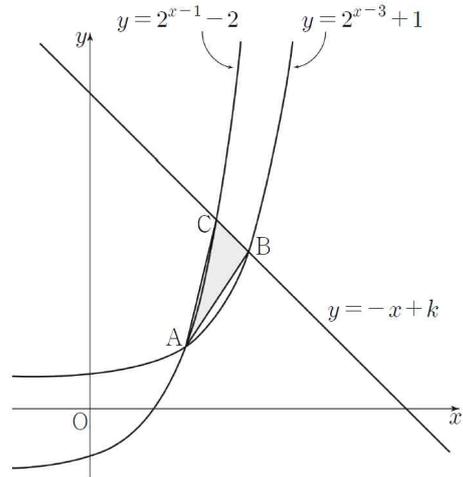
(2020년 고2 11월 교육청 11번)

- ① 16 ② 32 ③ 64 ④ 128 ⑤ 256

39. 함수 $f(x) = \log_2(x+a) + b$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.
 곡선 $y = g(x)$ 의 점근선이 직선 $y = 1$ 이고 곡선 $y = g(x)$ 가
 점 $(3, 2)$ 를 지날 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)
 [3점]
 (2020년 고2 11월 교육청 13번)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

40. 그림과 같이 두 곡선 $y = 2^{x-3} + 1$ 과 $y = 2^{x-1} - 2$ 가 만나는
 점을 A라 하자. 상수 k 에 대하여 직선 $y = -x + k$ 가
 두 곡선 $y = 2^{x-3} + 1$, $y = 2^{x-1} - 2$ 와 만나는 점을 각각
 B, C라 할 때, 선분 BC의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다. 삼각형 ABC의
 넓이는? (단, 점 B의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 크다.) [4점]
 (2020년 고2 11월 교육청 18번)



- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

41. $\frac{1}{4} < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y=1$ 이 두 곡선 $y = \log_a x$, $y = \log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-1$ 이 두 곡선 $y = \log_a x$, $y = \log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]
 (2021 학년도 수능 가형 13번/나형 18번)

<보기>

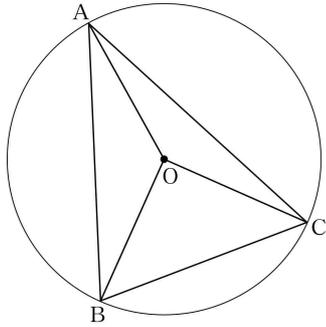
ㄱ. 선분 AB를 1:4로 외분하는 점의 좌표는 (0, 1)이다.
 ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면 $a = \frac{1}{2}$ 이다.
 ㄷ. $\overline{AB} < \overline{CD}$ 이면 $\frac{1}{2} < a < 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

42. $\log_4 2n^2 - \frac{1}{2} \log_2 \sqrt{n}$ 의 값이 40이하의 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하시오. [4점]
 (2021 학년도 수능 가형 27번)

삼각함수

43. 그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$ 인 원에 내접하는 예각삼각형 ABC 에 대하여 두 삼각형 OAB, OCA 의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 하자. $3S_1 = 4S_2$ 이고 $\overline{BC} = 2\sqrt{5}$ 일 때, 선분 AB 의 길이는? [4점]
 (2020년 고3 3월 교육청 가형 19번)



- ① $2\sqrt{7}$
- ② $\sqrt{30}$
- ③ $4\sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{34}$
- ⑤ 6

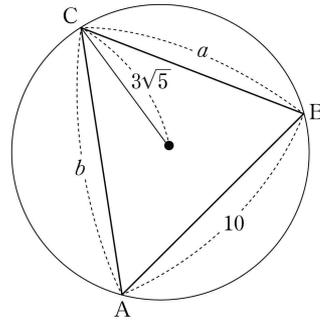
44. 좌표평면에서 제1사분면에 점 P 가 있다. 점 P 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 하고, 점 Q 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 동경 OP, OQ, OR 가 나타내는 각을 각각 α, β, γ 라 하자.
 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ 일 때, $9(\sin^2 \beta + \tan^2 \gamma)$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, 시초선은 x 축의 양의 방향이다.) [4점]
 (2020년 고3 3월 교육청 가형 26번)

45. $0 < a < \frac{4}{7}$ 인 실수 a 와 유리수 b 에 대하여 닫힌구간 $\left[-\frac{\pi}{a}, \frac{2\pi}{a}\right]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sin(ax) + b$ 가 있다.
 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 두 점 $A\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{7}{2}\pi, 0\right)$ 을 지날 때, $30(a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]
 (2020년 고3 3월 교육청 가형 28번)

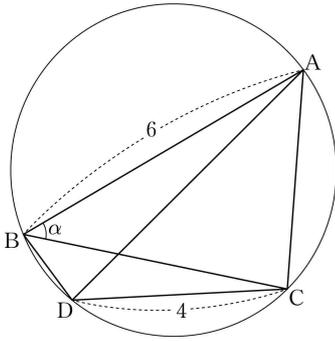
46. 길이가 각각 10, a , b 인 세 선분 AB, BC, CA를 각 변으로 하는 예각삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점을 지나는 원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$ 이고 $\frac{a^2 + b^2 - ab\cos C}{ab} = \frac{4}{3}$ 일 때, ab 의 값은? [4점]

(2020년 고3 3월 교육청 나형 19번)

- ① 140
- ② 150
- ③ 160
- ④ 170
- ⑤ 180



47. 그림과 같이 예각삼각형 ABC가 한 원에 내접하고 있다. $\overline{AB}=6$ 이고, $\angle ABC = \alpha$ 라 할 때 $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ 이다. 점 A를 지나지 않는 호 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{CD}=4$ 이다. 두 삼각형 ABD, CBD의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 할 때, $S_1 : S_2 = 9 : 5$ 이다. 삼각형 ADC의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오. [4점]
 (2020년 고3 3월 교육청 나형 29번)

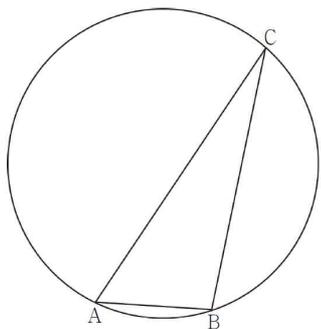


48. $\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\frac{\sin \theta \cos \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 - \cos \theta}{\tan \theta} = 1$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]
 (2020년 고3 4월 교육청 가형 12번)

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

49. 그림과 같이 원 C 에 내접하고 $\overline{AB}=3$, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 인

삼각형 ABC 가 있다. 원 C 의 넓이가 $\frac{49}{3}\pi$ 일 때, 원 C 위의 점 P 에 대하여 삼각형 PAC 의 넓이의 최댓값은? (단, 점 P 는 점 A 도 아니고 점 C 도 아니다.) [4점]
 (2020년 고3 4월 교육청 가형 19번)



- ① $\frac{32}{3}\sqrt{3}$ ② $\frac{34}{3}\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$
- ④ $\frac{38}{3}\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{40}{3}\sqrt{3}$

50. 자연수 k 에 대하여 집합 A_k 를

$$A_k = \left\{ \sin \frac{2(m-1)}{k} \pi \mid m \text{은 자연수} \right\}$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]
 (2020년 고3 4월 교육청 가형 21번)

< 보기 >

- ㄱ. $A_3 = \left\{ -\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$
- ㄴ. 1이 집합 A_k 의 원소가 되도록 하는 두 자리 자연수 k 의 개수는 22이다.
- ㄷ. $n(A_k) = 11$ 을 만족시키는 모든 k 의 값의 합은 33이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

51. $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수 $y = a \sin 3x + b$ 의 그래프가 두 직선 $y=9$, $y=2$ 와 만나는 점의 개수가 각각 3, 7이 되도록 하는 두 양수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값을 구하시오. [4점]
(2020년 고3 4월 교육청 가형 26번)

52. 두 함수

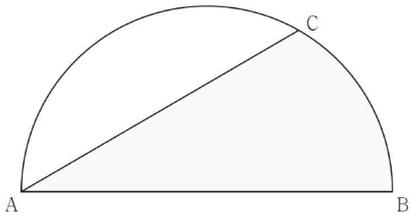
$$f(x) = \cos(ax) + 1, \quad g(x) = |\sin 3x|$$

의 주기가 서로 같을 때, 양수 a 의 값은? [4점]

(2020년 고3 4월 교육청 나형 15번)

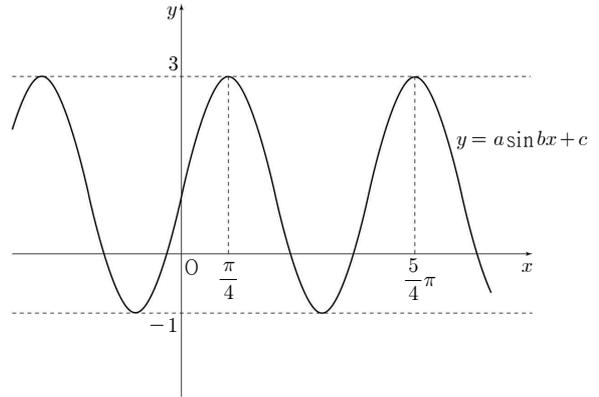
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

53. 그림과 같이 길이가 12인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 C가 있다. 호 CB의 길이가 2π 일 때, 두 선분 AB, AC와 호 CB로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]
(2020년 고3 4월 교육청 나형 17번)



- ① $5\pi + 9\sqrt{3}$ ② $5\pi + 10\sqrt{3}$ ③ $6\pi + 9\sqrt{3}$
- ④ $6\pi + 10\sqrt{3}$ ⑤ $7\pi + 9\sqrt{3}$

54. 세 상수 a, b, c 에 대하여 함수 $y = a\sin bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$) [3점]
(2020년 고2 6월 교육청 10번)



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

55. $0 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = \tan \pi x$ 의 그래프와

직선 $y = -\frac{10}{3}x + n$ 이 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는

자연수 n 의 최댓값은? [4점]

(2020년 고2 6월 교육청 15번)

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

56. 상수 k ($0 < k < 1$)에 대하여 $0 \leq x < 2\pi$ 일 때,

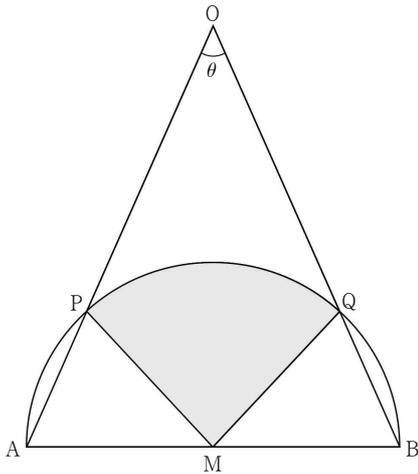
방정식 $\sin x = k$ 의 두 근을 α, β ($\alpha < \beta$)라 하자.

$\sin \frac{\beta - \alpha}{2} = \frac{5}{7}$ 일 때, k 의 값은? [4점]

(2020년 고2 6월 교육청 17번)

- ① $\frac{2\sqrt{6}}{7}$ ② $\frac{\sqrt{26}}{7}$ ③ $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ ④ $\frac{\sqrt{30}}{7}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{7}$

57. 그림과 같이 $\overline{OA}=\overline{OB}=1$, $\angle AOB=\theta$ 인 이등변삼각형 OAB 가 있다. 선분 AB 를 지름으로 하는 반원이 선분 OA 와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 P , 선분 OB 와 만나는 점 중 B 가 아닌 점을 Q 라 하자. 선분 AB 의 중점을 M 이라 할 때, 다음은 부채꼴 MPQ 의 넓이 $S(\theta)$ 를 구하는 과정이다.
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)



삼각형 OAM 에서 $\angle OMA = \frac{\pi}{2}$, $\angle AOM = \frac{\theta}{2}$ 이므로
 $\overline{MA} = \boxed{\text{(가)}}$
 이다. 한편, $\angle OAM = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$ 이고 $\overline{MA} = \overline{MP}$ 이므로
 $\angle AMP = \boxed{\text{(나)}}$
 이다. 같은 방법으로
 $\angle OBM = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$ 이고 $\overline{MB} = \overline{MQ}$ 이므로
 $\angle BMQ = \boxed{\text{(나)}}$
 이다. 따라서 부채꼴 MPQ 의 넓이 $S(\theta)$ 는
 $S(\theta) = \frac{1}{2} \times (\boxed{\text{(가)}})^2 \times \boxed{\text{(다)}}$
 이다.

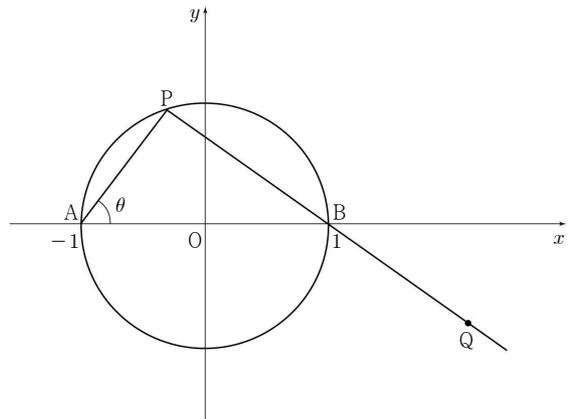
위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(\theta)$, $g(\theta)$, $h(\theta)$ 라 할

때, $\frac{f(\frac{\pi}{3}) \times g(\frac{\pi}{6})}{h(\frac{\pi}{4})}$ 의 값은? [4점]

(2020년 고2 6월 교육청 18번)

- ① $\frac{5}{12}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{6}$
- ⑤ $\frac{1}{12}$

58. 그림과 같이 두 점 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ 과 원 $x^2+y^2=1$ 이 있다. 원 위의 점 P 에 대하여 $\angle PAB=\theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 할 때, 반직선 PB 위에 $\overline{PQ}=3$ 인 점 Q 를 정한다. 점 Q 의 x 좌표가 최대가 될 때, $\sin^2\theta$ 의 값은? [4점]
(2020년 고2 6월 교육청 19번)



- ① $\frac{7}{16}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{9}{16}$
- ④ $\frac{5}{8}$
- ⑤ $\frac{11}{16}$

59. 자연수 n 에 대하여 $0 < x < \frac{n}{12}\pi$ 일 때, 방정식

$$\sin^2(4x) - 1 = 0$$

의 실근의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. $f(n) = 33$ 이 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

(2020년 고2 6월 교육청 21번)

- ① 295 ② 297 ③ 299 ④ 301 ⑤ 303

60. 두 실수 a ($0 < a < 2\pi$)와 k 에 대하여 $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - \frac{1}{2} & (0 \leq x < a) \\ k \sin x - \frac{1}{2} & (a \leq x \leq 2\pi) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이다.

(나) 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근의 개수는 3이다.

방정식 $|f(x)| = \frac{1}{4}$ 의 모든 실근의 합을 S 라 할 때,

$20\left(\frac{a+S}{\pi} + k\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(2020년 고2 6월 교육청 30번)

61. $0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - (2\sin\theta)x - 3\cos^2\theta - 5\sin\theta + 5 = 0$$

이 실근을 갖도록 하는 θ 의 최솟값과 최댓값을 각각 α, β 라 하자. $4\beta - 2\alpha$ 의 값은? [4점]

(2021학년도 6월 평가원 가형 14번)

- ① 3π
- ② 4π
- ③ 5π
- ④ 6π
- ⑤ 7π

62. 함수 $y = 6\sin\frac{\pi}{12}x$ ($0 \leq x \leq 12$)의 그래프와 직선 $y = 3$ 이

만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

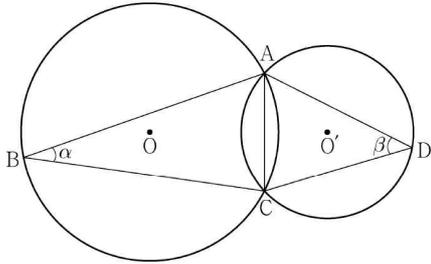
(2022학년도 수능 예비시험 8번)

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

63. 그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC, ACD의 외심을 각각 O, O'이라 하고, $\angle ABC = \alpha$, $\angle ADC = \beta$ 라 할 때,

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{3}{2}, \quad \cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}, \quad \overline{OO'} = 1$$

이 성립한다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]
 (2022학년도 수능 예비시험 21번)



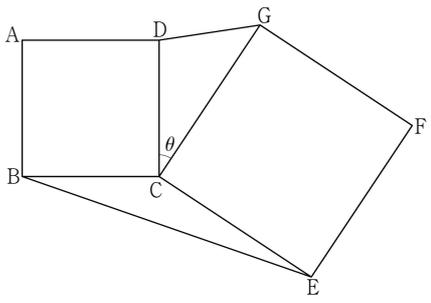
64. $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $\frac{1 + \tan \theta}{\sin \theta}$ 의 값은? [3점]

(2020년 고3 7월 교육청 나형 11번)

- ① $-\frac{7}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

65. 그림과 같이 평면 위에 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD와 한 변의 길이가 4인 정사각형 CEFG가 있다. $\angle DCG = \theta$ ($0 < \theta < \pi$)라 할 때, $\sin\theta = \frac{\sqrt{11}}{6}$ 이다.

$\overline{DG} \times \overline{BE}$ 의 값은? [4점]
 (2020년 고3 7월 교육청 나형 15번)

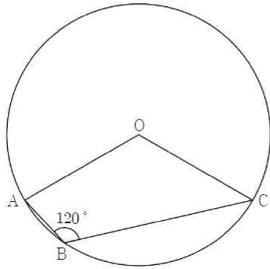


- ① 15
- ② 17
- ③ 19
- ④ 21
- ⑤ 23

66. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $\cos^2 3x - \sin 3x + 1 = 0$ 의 모든 실근의 합은? [3점]
 (2021학년도 사관학교 가형 10번)

- ① $\frac{3}{2}\pi$
- ② $\frac{7}{4}\pi$
- ③ 2π
- ④ $\frac{9}{4}\pi$
- ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

67. 그림과 같이 반지름의 길이가 4이고 중심이 O 인 원 위의 세 점 A, B, C 에 대하여
 $\angle ABC = 120^\circ$, $\overline{AB} + \overline{BC} = 2\sqrt{15}$
 일 때, 사각형 $OABC$ 의 넓이는? [4점]
 (2021학년도 사관학교 가형 15번)



- ① $5\sqrt{3}$ ② $\frac{11\sqrt{3}}{2}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $\frac{13\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $7\sqrt{3}$

68. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $|\sin 2x| = \frac{1}{2}$ 의 모든 실근의 합은?

[3점]

(2021학년도 사관학교 나형 10번)

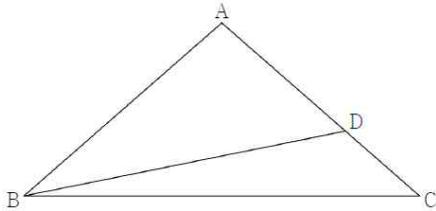
- ① 4π ② 6π ③ 8π ④ 10π ⑤ 12π

69. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 선분 AC를 5 : 3으로 내분하는 점을 D라 하자.

$$2\sin(\angle ABD) = 5\sin(\angle DBC)$$

일 때, $\frac{\sin C}{\sin A}$ 의 값은? [4점]

(2021학년도 사관학교 나형 19번)



- ① $\frac{3}{5}$
- ② $\frac{7}{11}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{9}{13}$
- ⑤ $\frac{5}{7}$

70. $\overline{AB}=5, \overline{BC}=7, \overline{AC}=6$ 인 삼각형 ABC가 있다. 두 선분 AB, AC 위에 삼각형 ADE의 외접원이 선분 BC에 접하도록 점 D, E를 각각 잡을 때, 선분 DE의 길이의 최솟값은? [5점]

(2021학년도 경찰대학교 20번)

- ① $\frac{64}{15}$
- ② $\frac{81}{20}$
- ③ 4
- ④ $\frac{121}{30}$
- ⑤ $\frac{144}{35}$

71. 자연수 n 에 대하여 $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 방정식 $|\sin nx| = \frac{2}{3}$ 의 서로 다른 실근의 개수를 a_n , 서로 다른 모든 실근의 합을 b_n 이라 할 때, $a_5 b_6 = k\pi$ 이다. 자연수 k 의 값을 구하시오. [3점]
(2021학년도 경찰대학교 21번)

72. 삼각형 ABC에서

$$\frac{2}{\sin A} = \frac{3}{\sin B} = \frac{4}{\sin C}$$

일 때, $\cos C$ 의 값은? [3점]

(2020년 고2 9월 교육청 10번)

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

73. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 부등식

$$\sin^2 x - 4\sin x - 5k + 5 \geq 0$$

이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값은? [3점]
(2020년 고2 9월 교육청 12번)

- ① $\frac{2}{5}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{3}{5}$
- ④ $\frac{7}{10}$
- ⑤ $\frac{4}{5}$

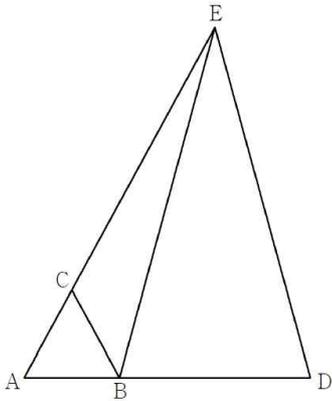
74. $0 \leq x < \pi$ 일 때, x 에 대한 방정식

$$\sin nx = \frac{1}{5} \quad (n \text{은 자연수})$$

의 모든 해의 합을 $f(n)$ 이라 하자. $f(2) + f(5)$ 의 값은? [4점]
(2020년 고2 9월 교육청 14번)

- ① $\frac{3}{2}\pi$
- ② 2π
- ③ $\frac{5}{2}\pi$
- ④ 3π
- ⑤ $\frac{7}{2}\pi$

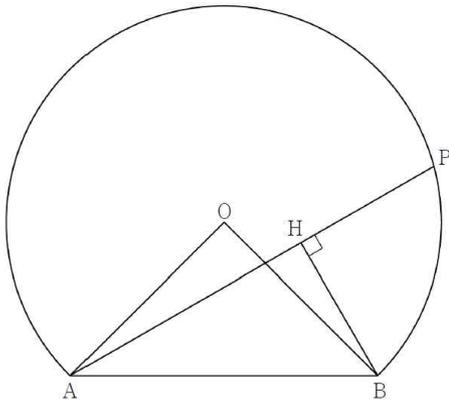
75. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC에서 선분 AB의 연장선과 선분 AC의 연장선 위에 $\overline{AD} = \overline{CE}$ 가 되도록 두 점 D, E를 잡는다.
 $\overline{DE} = \sqrt{13}$ 일 때, 삼각형 BDE의 넓이는? [4점]
 (2020년 고2 9월 교육청 16번)



- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{14}$

76. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan \theta = -\frac{4}{3}$ 일 때,
 $5 \sin(\pi + \theta) + 10 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]
 (2020년 고2 9월 교육청 25번)

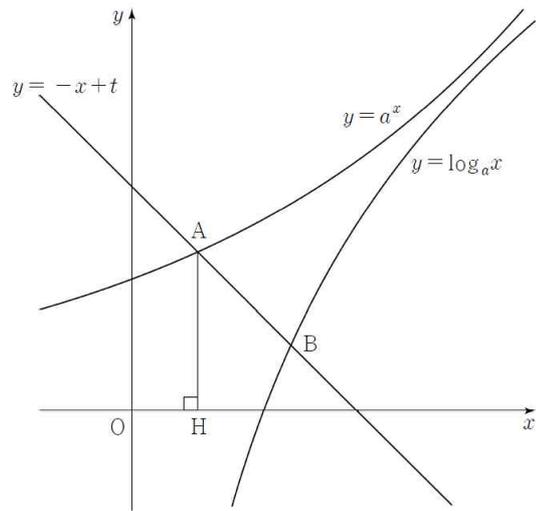
77. 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $\frac{3}{2}\pi$ 인 부채꼴 OBA가 있다. 호 BA 위에 점 P를 $\angle BAP = \frac{\pi}{6}$ 가 되도록 잡고, 점 B에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 H라 할 때, \overline{OH}^2 의 값은 $m+n\sqrt{3}$ 이다. m^2+n^2 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 유리수이다.) [4점]
(2020년 고2 9월 교육청 27번)



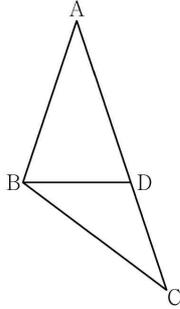
78. 그림과 같이 1보다 큰 두 실수 a, t 에 대하여 직선 $y = -x+t$ 가 두 곡선 $y = a^x, y = \log_a x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 세 점 A, B, H는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{OH} : \overline{AB} = 1 : 2$
- (나) 삼각형 AOB의 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.

$200(t-a)$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]
(2020년 고2 9월 교육청 29번)



79. $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=10$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 선분 AC 위에 점 D 를 $\overline{AB}=\overline{AD}$ 가 되도록 잡는다. $\overline{BD}=\sqrt{15}$ 일 때, 선분 BC 의 길이는? [3점]
 (2021학년도 9월 평가원 가형 12번/나형 25번)



- ① $\sqrt{37}$ ② $\sqrt{38}$ ③ $\sqrt{39}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{41}$

80. 닫힌구간 $[-2\pi, 2\pi]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sin kx + 2, \quad g(x) = 3 \cos 12x$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k 의 개수는? [4점]
 (2021학년도 9월 평가원 가형 21번)

실수 a 가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 교점의 y 좌표이면 $\{x|f(x)=a\} \subset \{x|g(x)=a\}$ 이다.

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

81. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식

$$\sin x = \sqrt{3}(1 + \cos x)$$

의 모든 해의 합은? [3점]

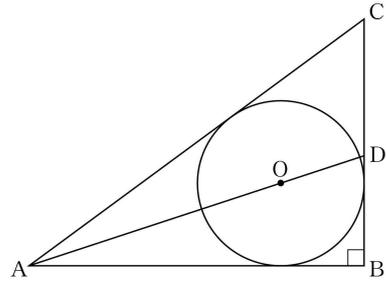
(2020년 고3 10월 교육청 가형 11번)

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ π ④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{3}\pi$

82. 그림과 같이 $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC 에 내접하고

반지름의 길이가 3 인 원의 중심을 O 라 하자. 직선 AO 가
선분 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{DB} = 4$ 이다. 삼각형
ADC 의 외접원의 넓이는? [4점]

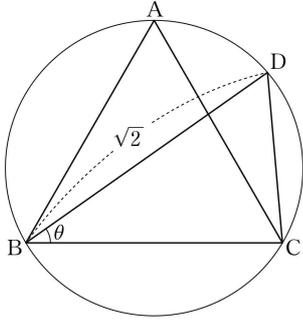
(2020년 고3 10월 교육청 가형 17번)



- ① $\frac{125}{2}\pi$ ② 63π ③ $\frac{127}{2}\pi$
④ 64π ⑤ $\frac{129}{2}\pi$

83. 정삼각형 ABC가 반지름의 길이가 r 인 원에 내접하고 있다.
 선분 AC와 선분 BD가 만나고 $\overline{BD} = \sqrt{2}$ 가 되도록 원 위에서
 점 D를 잡는다. $\angle DBC = \theta$ 라 할 때, $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.
 반지름의 길이 r 의 값은? [4점]
 (2020년 고3 10월 교육청 나형 19번)

- ① $\frac{6-\sqrt{6}}{5}$ ② $\frac{6-\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$
 ④ $\frac{6-\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{6-\sqrt{2}}{5}$

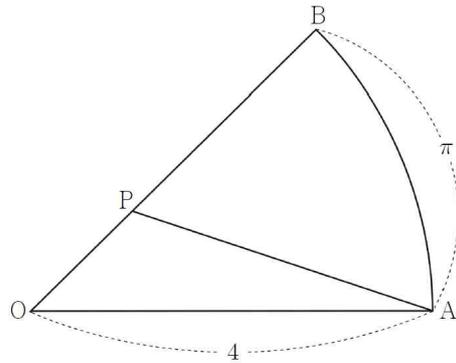


84. 함수 $y = \tan\left(nx - \frac{\pi}{2}\right)$ 의 그래프가 직선 $y = -x$ 와 만나는
 점의 x 좌표가 구간 $(-\pi, \pi)$ 에 속하는 점의 개수를 a_n 이라 할
 때, $a_2 + a_3$ 의 값을 구하시오. [4점]
 (2020년 고3 10월 교육청 나형 26번)

85. $\cos \theta = \frac{1}{4}$ 일 때, $3 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \cos(\pi - \theta)$ 의 값은? [3점]
 (2020년 고2 11월 교육청 12번)

- ① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

86. 그림과 같이 반지름의 길이가 4, 호의 길이가 π 인
 부채꼴 OAB가 있다. 부채꼴 OAB의 넓이를 S , 선분 OB 위의
 점 P에 대하여 삼각형 OAP의 넓이를 T 라 하자. $\frac{S}{T} = \pi$ 일 때,
 선분 OP의 길이는? (단, 점 P는 점 O가 아니다.) [4점]
 (2020년 11월 고2 교육청 14번)



- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{3}{4}\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\frac{5}{4}\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

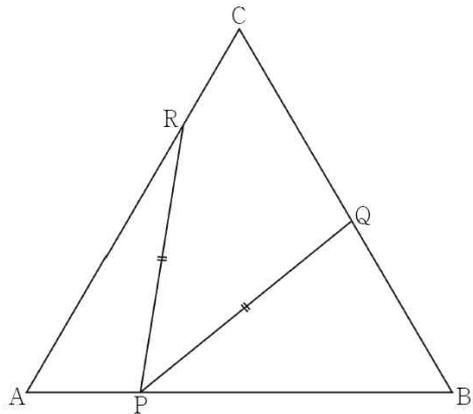
87. $3\sin\theta - 4\tan\theta = 4$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [4점]
 (2020년 11월 고2 교육청 16번)

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

88. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다.
 선분 AB 위의 점 P, 선분 BC 위의 점 Q, 선분 CA 위의 점 R에 대하여 세 점 P, Q, R가

$$\overline{AP} + \overline{BQ} + \overline{CR} = 1, \overline{PQ} = \overline{PR}$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
 (단, 세 점 P, Q, R는 각각 점 A, 점 B, 점 C가 아니다.) [4점]
 (2020년 고2 11월 교육청 21번)



< 보기 >

- ㄱ. $3\overline{AP} + 2\overline{BQ} = 2$
- ㄴ. $\overline{QR} = \sqrt{3} \times \overline{AP}$
- ㄷ. 삼각형 PBQ의 외접원의 넓이가 삼각형 CRQ의 외접원의 넓이의 2배일 때, $\overline{AP} = \frac{\sqrt{21}-3}{6}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

89. 이차방정식 $x^2 - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근 $6\cos\theta, 5\tan\theta$ 를 가질 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [4점]
 (2020년 고2 11월 교육청 27번)

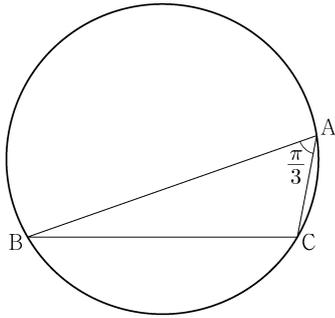
90. 두 실수 $a (a \neq 0), b$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = a \sin \frac{\pi}{6}(x-1) + b$$

라 하고, 양수 t 에 대하여 $0 < x < t$ 에서 함수 $y = |f(x)|$ 의 그래프가 직선 $y = 4$ 와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. $f(0) = 8, g(18) = 5$ 일 때, $g(\alpha) = |a - b|$ 를 만족시키는 양수 α 의 최댓값을 구하시오. [4점]
 (2020년 고2 11월 교육청 30번)

91. $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 이고 $\overline{AB}:\overline{AC}=3:1$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 선분 AC의 길이는?
 [3점]
 (2021학년도 수능 가형 10번/나형 28번)

- ① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{21}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $\sqrt{23}$ ⑤ $2\sqrt{6}$



92. $0 \leq x \leq 4\pi$ 일 때, 방정식

$$4\sin^2 x - 4\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3 = 0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

(2021학년도 수능 나형 16번)

- ① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

수열

93. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 7$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n+3}{2} & (a_n \text{이 소수인 경우}) \\ a_n+n & (a_n \text{이 소수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. a_8 의 값은? [3점]

(2020년 고3 3월 교육청 가형 9번)

- ① 11
- ② 13
- ③ 15
- ④ 17
- ⑤ 19

94. 공비가 1보다 큰 등비수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_3 \times a_5 \times a_7 = 125$

(나) $\frac{a_4 + a_8}{a_6} = \frac{13}{6}$

a_9 의 값은? [3점]

(2020년 고3 3월 교육청 가형 13번)

- ① 10
- ② $\frac{45}{4}$
- ③ $\frac{25}{2}$
- ④ $\frac{55}{4}$
- ⑤ 15

95. 자연수 n 에 대하여 두 점 $A(0, n+5)$, $B(n+4, 0)$ 과 원점 O 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 AOB 가 있다. 삼각형 AOB 의 내부에 포함된 정사각형 중 한 변의 길이가 1이고 꼭짓점의 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 정사각형의 개수를 a_n 이라

하자. $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

(2020년 고3 3월 교육청 가형 29번)

96. 등차수열 $\{a_n\}$, 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $a_1 = b_1 = 3$ 이고

$$b_3 = -a_2, a_2 + b_2 = a_3 + b_3$$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

(2020년 고3 3월 교육청 나형 11번)

- ① -9 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 9

97. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^n k a_k$$

를 만족시킨다. $a_1 = 2$ 일 때, $a_2 + \frac{a_{51}}{a_{50}}$ 의 값은? [4점]

(2020년 고3 3월 교육청 나형 15번)

- ① 47
- ② 49
- ③ 51
- ④ 53
- ⑤ 55

98. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$a_3 = 42$ 일 때, 다음 조건을 만족시키는 4 이상의 자연수 k 의 값은? [4점]

(2020년 고3 3월 교육청 나형 17번)

(가) $a_{k-3} + a_{k-1} = -24$
 (나) $S_k = k^2$

- ① 13
- ② 14
- ③ 15
- ④ 16
- ⑤ 17

99. $\sum_{n=1}^{20} (-1)^n n^2$ 의 값은? [3점]

(2020년 고3 4월 교육청 가형 13번)

- ① 195 ② 200 ③ 205 ④ 210 ⑤ 215

100. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $(n-5)$ 의 n 제곱근 중 실수인

것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{10} f(n)$ 의 값은? [4점]

(2020년 고3 4월 교육청 가형 14번)

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

101. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_3 의 값은? [4점]

(2020년 고3 4월 교육청 가형 17번)

<p>(가) $\sum_{k=1}^4 a_k = 45$</p> <p>(나) $\sum_{k=1}^6 \frac{a_2 \times a_5}{a_k} = 189$</p>

- ① 12
- ② 15
- ③ 18
- ④ 21
- ⑤ 24

102. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

<p>(가) $a_{2n} = b_n + 2$</p> <p>(나) $a_{2n+1} = b_n - 1$</p> <p>(다) $b_{2n} = 3a_n - 2$</p> <p>(라) $b_{2n+1} = -a_n + 3$</p>

$a_{48} = 9$ 이고 $\sum_{n=1}^{63} a_n - \sum_{n=1}^{31} b_n = 155$ 일 때, b_{32} 의 값을 구하시오.

[4점]

(2020년 고3 4월 교육청 가형 30번)

103. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} + 3a_n = (-1)^n \times n$$

을 만족시킨다. a_5 의 값을 구하시오. [4점]

(2020년 고3 4월 교육청 나형 27번)

104. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = (2^{2n} - 1) \times 2^{n(n-1)} + (n-1) \times 2^{-n}$$

이다. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = 2^{n(n+1)} - (n+1) \times 2^{-n} \dots\dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n = 1$ 일 때, (좌변)=3, (우변)=3이므로

(*)이 성립한다.

(ii) $n = m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m a_k = 2^{m(m+1)} - (m+1) \times 2^{-m}$$

이다. $n = m+1$ 일 때,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} a_k &= 2^{m(m+1)} - (m+1) \times 2^{-m} \\ &\quad + (2^{2m+2} - 1) \times \boxed{\text{(가)}} + m \times 2^{-m-1} \\ &= \boxed{\text{(가)}} \times \boxed{\text{(나)}} - \frac{m+2}{2} \times 2^{-m} \\ &= 2^{(m+1)(m+2)} - (m+2) \times 2^{-(m+1)} \end{aligned}$$

이다. 따라서 $n = m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = 2^{n(n+1)} - (n+1) \times 2^{-n}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때,

$\frac{g(7)}{f(3)}$ 의 값은? [4점]

(2021학년도 6월 평가원 가형 15번)

- ① 2
- ② 4
- ③ 8
- ④ 16
- ⑤ 32

105. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \log_2 \sqrt{\frac{2(n+1)}{n+2}}$$

이다. $\sum_{k=1}^m a_k$ 의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 m 의 값의 합은? [4점]

(2021학년도 6월 평가원 가형 21번)

- ① 150 ② 154 ③ 158 ④ 162 ⑤ 166

106. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 9, a_2 = 3$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$$

을 만족시킨다. $|a_k| = 3$ 을 만족시키는 100 이하의 자연수 k 의 개수를 구하시오. [3점]

(2021학년도 6월 평가원 가형 24번)

107. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_k = -16$, $S_{k+2} = -12$ 를 만족시키는 자연수 k 에 대하여 a_{2k} 의 값을 구하시오. [4점]
(2021학년도 6월 평가원 가형 26번/나형 18번)

108. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\begin{cases} a_{3n-1} = 2a_n + 1 \\ a_{3n} = -a_n + 2 \\ a_{3n+1} = a_n + 1 \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{11} + a_{12} + a_{13}$ 의 값은? [4점]

(2021학년도 6월 평가원 나형 14번)

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

109. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_1 = 1, \frac{S_6}{S_3} = 2a_4 - 7$$

일 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

(2021학년도 6월 평가원 나형 25번)

110. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{4k-3}{a_k} = 2n^2 + 7n$$

을 만족시킨다. $a_5 \times a_7 \times a_9 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(2021학년도 6월 평가원 나형 28번)

111. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{S_k}{k!} = \frac{1}{(n+1)!}$$

이 성립할 때, $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k}$ 을 구하는 과정이다.

$n=1$ 일 때, $a_1 = S_1 = \frac{1}{2}$ 이므로 $\frac{1}{a_1} = 2$ 이다.

$n=2$ 일 때, $a_2 = S_2 - S_1 = -\frac{7}{6}$ 이므로 $\sum_{k=1}^2 \frac{1}{a_k} = \frac{8}{7}$ 이다.

$n \geq 3$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{S_n}{n!} = \sum_{k=1}^n \frac{S_k}{k!} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{S_k}{k!} = -\frac{\boxed{\text{(가)}}}{(n+1)!}$$

즉, $S_n = -\frac{\boxed{\text{(가)}}}{n+1}$ 이므로

$$a_n = S_n - S_{n-1} = -\left(\frac{\boxed{\text{(나)}}}{n}\right)$$

이다. 한편 $\sum_{k=3}^n k(k+1) = -8 + \sum_{k=1}^n k(k+1)$ 이므로

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k} &= \frac{8}{7} - \sum_{k=3}^n k(k+1) \\ &= \frac{64}{7} - \frac{n(n+1)}{2} - \sum_{k=1}^n \boxed{\text{(다)}} \\ &= -\frac{1}{3}n^3 - n^2 - \frac{2}{3}n + \frac{64}{7} \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$ 라 할 때, $f(5) \times g(3) \times h(6)$ 의 값은? [4점]
(2022학년도 수능 예비시행 13번)

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

112. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{k=1}^{100} a_k$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때,

$M - m$ 의 값은? [4점]

(2022학년도 수능 예비시행 15번)

(가) $a_5 = 5$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

- ① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

113. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_5 = 0, \quad \sum_{k=1}^6 (|a_k| + a_k) = 30$$

일 때, a_0 의 값을 구하시오. [4점]
(2022학년도 수능 예비시행 20번)

114. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{a_n} & (a_n \leq 1) \\ \log_{a_n} \sqrt{2} & (a_n > 1) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $a_{12} \times a_{13}$ 의 값은? [3점]
(2020년 고3 7월 교육청 가형 11번)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

115. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k, T_n = \sum_{k=1}^n |a_k|$$

라 할 때, S_n, T_n 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $S_7 = T_7$

(나) 6 이상의 모든 자연수 n 에 대하여 $S_n + T_n = 84$ 이다.

T_{15} 의 값은? [4점]

(2020년 고3 7월 교육청 가형 17번/나형 17번)

- ① 96 ② 102 ③ 108 ④ 114 ⑤ 120

116. 첫째항이 양수이고 공차가 -1 보다 작은 등차수열 $\{a_n\}$ 에

대하여 수열 $\{b_n\}$ 은 다음과 같다.

$$b_n = \begin{cases} a_{n+1} - \frac{n}{2} & (a_n \geq 0) \\ a_n + \frac{n}{2} & (a_n < 0) \end{cases}$$

수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $b_5 < b_6$

(나) $S_5 = S_9 = 0$

$S_n \leq -70$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은? [4점]

(2020년 고3 7월 교육청 나형 21번)

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

117. 자연수 n 에 대하여 $0 \leq x < 2^{n+1}$ 일 때, 부등식

$$\cos\left(\frac{\pi}{2^n}x\right) \leq -\frac{1}{2}$$

을 만족시키는 서로 다른 모든 자연수 x 의 개수를 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^7 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

(2020년 고3 7월 교육청 나형 27번)

118. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n+1} = -a_n + 3a_{n+1}$
(나) $a_{2n+2} = a_n - a_{n+1}$

$a_1 = 1, a_2 = 2$ 일 때, $\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값은? [4점]

(2021학년도 사관학교 가형 18번)

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

119. 두 실수 a, b 와 수열 $\{c_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(m+2)$ 개의 수

$a, \log_2 c_1, \log_2 c_2, \dots, \log_2 c_m, b$

가 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

(나) 수열 $\{c_n\}$ 의 첫째항부터 제 m 항까지의 항을 모두 곱한 값은 32이다.

$a+b=1$ 일 때, 자연수 m 의 값을 구하시오. [4점]

(2021학년도 사관학교 가형 26번/나형 16번)

120. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = \frac{3}{2}$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{2n-1} + a_{2n} = 2a_n$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값은? [3점]

(2021학년도 사관학교 나형 13번)

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

121. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\sum_{k=1}^n \frac{2^k P_k}{2^k} \leq \frac{(2n)!}{2^n} \dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때
 (좌변) = $\frac{2^1 P_1}{2^1} = 1$ 이고, (우변) = $\boxed{\text{(가)}}$ 이므로
 (*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m \frac{2^k P_k}{2^k} \leq \frac{(2m)!}{2^m}$$
 이다. $n=m+1$ 일 때,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} \frac{2^k P_k}{2^k} &= \sum_{k=1}^m \frac{2^k P_k}{2^k} + \frac{2^{m+1} P_{m+1}}{2^{m+1}} \\ &= \sum_{k=1}^m \frac{2^k P_k}{2^k} + \frac{\boxed{\text{(나)}}}{2^{m+1} \times (m+1)!} \\ &\leq \frac{(2m)!}{2^m} + \frac{\boxed{\text{(나)}}}{2^{m+1} \times (m+1)!} \\ &= \frac{\boxed{\text{(나)}}}{2^{m+1}} \times \left\{ \frac{1}{\boxed{\text{(다)}}} + \frac{1}{(m+1)!} \right\} \\ &< \frac{(2m+2)!}{2^{m+1}} \end{aligned}$$
 이다. 따라서 $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{2^k P_k}{2^k} \leq \frac{(2n)!}{2^n}$$
 이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $p + \frac{f(2)}{g(4)}$ 의 값은? [4점]

(2021학년도 사관학교 가형 17번/나형 18번)

- ① 16
- ② 17
- ③ 18
- ④ 19
- ⑤ 20

122. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + cn \quad (c \text{는 자연수})$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$ 의 각 항 중에서 3의 배수가 아닌 수를 작은 것부터 크기순으로 모두 나열하여 얻은 수열을 $\{b_n\}$ 이라 하자. $b_{20} = 199$ 가 되도록 하는 모든 c 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(2021학년도 사관학교 나형 29번)

123. 모든 항이 양수이고 공비가 서로 같은 두 등비수열 $\{a_n\}$,

$\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n b_n = \frac{(a_{n+1})^2 + 4(b_{n+1})^2}{5}$$

를 만족시킬 때, 공비의 최댓값은? [4점]

(2021학년도 경찰대학교 7번)

- ① $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 1

124. 함수 $g(x)$ 와 수열 $\{a_n\}$ 이 음이 아닌 모든 정수 k 와 모든

자연수 m 에 대하여

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_{2k+1} + 2a_m = g(m+k)$$

를 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} g(k)$ 의 값은? [4점]

(2021학년도 경찰대학교 11번)

- ① 170 ② 180 ③ 190 ④ 200 ⑤ 210

125. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 직선 $x=n$ 이 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}}(2x-m)$ 의 그래프와 한 점에서 만나고, 직선 $y=n$ 이 함수 $y = |2^{-x}-m|$ 의 그래프와 두 점에서 만나도록 하는 모든 자연수 m 의 값의 합을 a_n 이라 하자. $\sum_{n=5}^{10} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [5점]
 (2021 학년도 경찰대학교 17번)

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{30}$ ④ $\frac{1}{40}$ ⑤ $\frac{1}{50}$

126. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 4a_1 + 3a_2$$

일 때, $\frac{a_6}{a_4}$ 의 값은? [3점]

(2020년 고2 9월 교육청 9번)

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

127. 첫째항이 $\frac{1}{5}$ 이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 = 4a_2 \text{ 일 때, } \sum_{k=1}^n a_k = \frac{3}{13} \sum_{k=1}^n a_k^2 \text{ 을 만족시키는}$$

자연수 n 의 값은? [3점]

(2020년 고2 9월 교육청 11번)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

128. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 $(n, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원을 O_n 이라 하자.

점 $(-1, 0)$ 을 지나고 원 O_n 과 제1사분면에서 접하는 직선의

기울기를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^5 a_n^2$ 의 값은? [3점]

(2020년 고2 9월 교육청 13번)

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{23}{42}$ ③ $\frac{25}{42}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{29}{42}$

129. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_7 = 37$
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k \leq \sum_{k=1}^{13} a_k$ 이다.

$\sum_{k=1}^{21} |a_k|$ 의 값은? [4점]
 (2020년 고2 9월 교육청 17번)

- ① 681 ② 683 ③ 685 ④ 687 ⑤ 689

130. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{2n} (-1)^{k-1} \frac{1}{k} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} \dots\dots (\star)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(★)에서
 $S_n = \sum_{k=1}^{2n} (-1)^{k-1} \frac{1}{k}$, $T_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$ 이라 하자.
 (i) $n=1$ 일 때,
 $S_1 = \boxed{\text{(가)}}$ = T_1 이므로 (★)이 성립한다.
 (ii) $n=m$ 일 때,
 (★)이 성립한다고 가정하면 $S_m = T_m$ 이다.
 $n=m+1$ 일 때, (★)이 성립함을 보이자.
 $S_{m+1} = S_m + \frac{1}{2m+1} + \boxed{\text{(나)}}$,
 $T_{m+1} = T_m + \boxed{\text{(다)}} + \frac{1}{2m+1} + \frac{1}{2m+2}$ 이다.
 $S_{m+1} - T_{m+1} = S_m - T_m$ 이고,
 $S_m = T_m$ 이므로 $S_{m+1} = T_{m+1}$ 이다.
 따라서 $n=m+1$ 일 때도 (★)이 성립한다.
 (i), (ii)에 의하여
 모든 자연수 n 에 대하여 (★)이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를 a 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $a + \frac{g(5)}{f(14)}$ 의 값은? [4점]

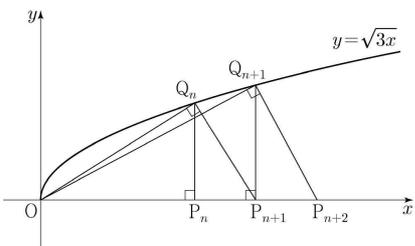
(2020년 고2 9월 교육청 20번)

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

131. 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 x 축 위의 점 P_n 과 곡선 $y = \sqrt{3x}$ 위의 점 Q_n 이 있다.

- 선분 OP_n 과 선분 P_nQ_n 이 서로 수직이다.
- 선분 OQ_n 과 선분 Q_nP_{n+1} 이 서로 수직이다.

다음은 점 P_1 의 좌표가 $(1, 0)$ 일 때, 삼각형 $OP_{n+1}Q_n$ 의 넓이 A_n 을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)



모든 자연수 n 에 대하여 점 P_n 의 좌표를 $(a_n, 0)$ 이라 하자.

$\overline{OP_{n+1}} = \overline{OP_n} + \overline{P_nP_{n+1}}$ 이므로

$$a_{n+1} = a_n + \overline{P_nP_{n+1}}$$

이다. 삼각형 OP_nQ_n 과 삼각형 $Q_nP_nP_{n+1}$ 이 닮음이므로

$$\overline{OP_n} : \overline{P_nQ_n} = \overline{P_nQ_n} : \overline{P_nP_{n+1}}$$

이고, 점 Q_n 의 좌표는 $(a_n, \sqrt{3a_n})$ 이므로

$$\overline{P_nP_{n+1}} = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 따라서 삼각형 $OP_{n+1}Q_n$ 의 넓이 A_n 은

$$A_n = \frac{1}{2} \times (\boxed{\text{(나)}}) \times \sqrt{9n-6}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p + f(8)$ 의 값은? [4점]

(2021학년도 9월 평가원 가형 16번/나형 16번)

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

132. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라

하자. 모든 자연수 n 에 대하여

$$S_{n+3} - S_n = 13 \times 3^{n-1}$$

일 때, a_4 의 값을 구하시오. [4점]

(2021학년도 9월 평가원 가형 27번)

133. n 이 자연수일 때, x 에 대한 이차방정식

$$(n^2 + 6n + 5)x^2 - (n + 5)x - 1 = 0$$

의 두 근의 합을 a_n 이라 하자. $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k}$ 의 값은? [3점]

(2021학년도 9월 평가원 나형 11번)

- ① 65 ② 70 ③ 75 ④ 80 ⑤ 85

134. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} 2a_n + a_{n+1} & (a_n \leq a_{n+1}) \\ a_n + a_{n+1} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_3 = 2, a_6 = 19$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

(2021학년도 9월 평가원 나형 21번)

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

135. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]
(2020년 고3 10월 교육청 29번)

(가) $a < b < c \leq 20$

(나) 세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형이 존재한다.

136. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 5$ 이고

$$\sum_{k=3}^7 |2a_k - 10| = 20 \text{ 이다. } a_6 \text{의 값은? [4점]}$$

(2020년 고3 10월 교육청 나형 14번)

- ① 6 ② $\frac{20}{3}$ ③ $\frac{22}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{26}{3}$

137. 3 이상의 자연수 n 에 대하여 집합

$$A_n = \{(p, q) \mid p < q \text{이고 } p, q \text{는 } n \text{ 이하의 자연수}\}$$

이다. 집합 A_n 의 모든 원소 (p, q) 에 대하여 q 의 값의 평균을 a_n 이라 하자. 다음은 3 이상의 자연수 n 에 대하여 $a_n = \frac{2n+2}{3}$ 임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=3$ 일 때, $A_3 = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3)\}$ 이므로
 $a_3 = \frac{2+3+3}{3} = \frac{8}{3}$ 이고 $\frac{2 \times 3 + 2}{3} = \frac{8}{3}$ 이다.
 그러므로 $a_n = \frac{2n+2}{3}$ 가 성립한다.

(ii) $n=k$ ($k \geq 3$)일 때, $a_k = \frac{2k+2}{3}$ 가 성립한다고 가정하자. $n=k+1$ 일 때,
 $A_{k+1} = A_k \cup \{(1, k+1), (2, k+1), \dots, (k, k+1)\}$
 이고 집합 A_k 의 원소의 개수는 (가) 이므로

$$a_{k+1} = \frac{\text{(가)} \times \frac{2k+2}{3} + \text{(나)}}{k+1 C_2}$$

$$= \frac{2k+4}{3} = \frac{2(k+1)+2}{3}$$
 이다. 따라서 $n=k+1$ 일 때도 $a_n = \frac{2n+2}{3}$ 가 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 3 이상의 자연수 n 에 대하여
 $a_n = \frac{2n+2}{3}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 할 때, $f(10)+g(9)$ 의 값은? [4점]

(2020년 고3 10월 교육청 나형 18번)

- ① 131 ② 133 ③ 135 ④ 137 ⑤ 139

138. 함수 $f(x) = (1+x^4+x^8+x^{12})(1+x+x^2+x^3)$ 일 때,

$$\frac{f(2)}{\{f(1)-1\}\{f(1)+1\}}$$
의 값을 구하시오. [3점]

(2020년 고3 10월 교육청 나형 25번)

139. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 4$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (a_n \geq 6) \\ (a_n - 1)^2 & (a_n < 6) \end{cases}$$

을 만족시킨다. a_{10} 의 값은? [3점]

(2020년 고2 11월 교육청 10번)

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

140. 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이 $a_n = {}^{n+1}\sqrt{{}^{n+2}\sqrt{4}}$ 일

때, $\sum_{k=1}^{10} \log_2 a_k$ 의 값은? [4점]

(2020년 고2 11월 교육청 15번)

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

141. $a_3 = 1$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{k=1}^{20} a_{2k} - \sum_{k=1}^{12} a_{2k+8} = 48$ 을 만족시킬 때, a_{39} 의 값은? [4점]
 (2020년 고2 11월 교육청 17번)
- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

142. 다음은 공차가 1보다 크고 $a_3 + a_5 = 2$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 (a_k^2 - 5|a_k|)$ 의 값이 최소가 되도록 하는 수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 구하는 과정이다.

$a_3 + a_5 = 2$ 에서 $a_4 = \boxed{\text{(가)}}$
 등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하고
 $\sum_{k=1}^5 a_k^2$ 과 $\sum_{k=1}^5 |a_k|$ 를 각각 d 에 대한 식으로 나타내면

$$\sum_{k=1}^5 a_k^2 = 15d^2 - 10d + 5$$

$$\sum_{k=1}^5 |a_k| = \boxed{\text{(나)}}$$

따라서 $\sum_{k=1}^5 (a_k^2 - 5|a_k|)$ 의 값이 최소가 되도록 하는 수열 $\{a_n\}$ 의 공차는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

- 위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고 (나)에 알맞은 식을 $f(d)$ 라 할 때, $f(p+2q)$ 의 값은? [4점]
 (2020년 고2 11월 교육청 19번)
- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

143. 첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_5 = 3a_1, a_1^2 + a_3^2 = 20$$

일 때, a_5 의 값을 구하시오. [3점]

(2020년 고2 11월 교육청 25번)

144. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = 3, \sum_{k=1}^{10} (a_k + b_k) = 9$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (b_k + k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

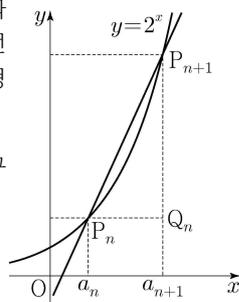
(2020년 고2 11월 교육청 26번)

145. 상수 $k(k > 1)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

모든 자연수 n 에 대하여 $a_n < a_{n+1}$ 이고 곡선 $y = 2^x$ 위의 두 점 $P_n(a_n, 2^{a_n}), P_{n+1}(a_{n+1}, 2^{a_{n+1}})$ 을 지나는 직선의 기울기는 $k \times 2^{a_n}$ 이다.

점 P_n 을 지나고 x 축에 평행한 직선과 점 P_{n+1} 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 만나는 점을 Q_n 이라 하고 삼각형 $P_n Q_n P_{n+1}$ 의 넓이를 A_n 이라 하자.

다음은 $a_1 = 1, \frac{A_3}{A_1} = 16$ 일 때, A_n 을 구하는 과정이다.



두 점 P_n, P_{n+1} 을 지나는 직선의 기울기가 $k \times a_n$ 이므로

$$2^{a_{n+1}-a_n} = k(a_{n+1} - a_n) + 1$$

이다. 즉, 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} - a_n$ 은 방정식 $2^x = kx + 1$ 의 해이다.

$k > 1$ 이므로 방정식 $2^x = kx + 1$ 은 오직 하나의 양의 실근 d 를 갖는다. 따라서 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} - a_n = d$ 이고, 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 d 인 등차수열이다.

점 Q_n 의 좌표가 $(a_{n+1}, 2^{a_n})$ 이므로

$$A_n = \frac{1}{2}(a_{n+1} - a_n)(2^{a_{n+1}} - 2^{a_n})$$

이다. $\frac{A_3}{A_1} = 16$ 이므로 d 의 값은 이고,

수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \text{input type="text" value="(나)}}$$

이다. 따라서 모든 자연수 n 에 대하여 $A_n = \text{input type="text" value="(다)}}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)와 (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $p + \frac{g(4)}{f(2)}$ 의 값은? [4점]

(2021학년도 수능 가형 16번)

- ① 118
- ② 121
- ③ 124
- ④ 127
- ⑤ 130

146. 수열 $\{a_n\}$ 은 $0 < a_1 < 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$
 (나) $a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$

$a_8 - a_{15} = 63$ 일 때, $\frac{a_8}{a_1}$ 의 값은? [4점]

(2021학년도 수능 가형 21번)

- ① 91
- ② 92
- ③ 93
- ④ 94
- ⑤ 95

147. 첫째항이 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 a_k = 55$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^5 k(a_k - 3) \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

(2021학년도 수능 가형 25번)

148. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (a_k - a_{k+1}) = -n^2 + n$$

을 만족시킨다. a_{11} 의 값은? [3점]

(2021학년도 수능 나형 12번)

- ① 88 ② 91 ③ 94 ④ 97 ⑤ 100

149. 수열 $\{a_n\}$ 은 $0 < a_1 < 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$

(나) $a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$

$a_7 = 2$ 일 때, a_{25} 의 값은? [4점]

(2021학년도 수능 나형 21번)

- ① 78 ② 80 ③ 82 ④ 84 ⑤ 86

[정답]

1번: ⑤
 2번: ⑤
 3번: 10
 4번: ③
 5번: 75
 6번: ①
 7번: ①
 8번: ④
 9번: ①
 10번: ②
 11번: ⑤
 12번: 80
 13번: 16
 14번: 45
 15번: 24
 16번: ①
 17번: ⑤
 18번: ①
 19번: 56
 20번: ①
 21번: 12
 22번: ②
 23번: ⑤
 24번: ①
 25번: 973
 26번: ④
 27번: ⑤
 28번: ③
 29번: ②
 30번: 47
 31번: 12
 32번: ①
 33번: ④
 34번: ①
 35번: ⑤
 36번: ①
 37번: ⑤
 38번: ⑤
 39번: ②
 40번: ③
 41번: ③
 42번: 13
 43번: ③
 44번: 80
 45번: 40
 46번: ②
 47번: 63
 48번: ②
 49번: ①
 50번: ②

51번: 14
 52번: ②
 53번: ③
 54번: ②
 55번: ⑤
 56번: ①
 57번: ④
 58번: ③
 59번: ②
 60번: 110
 61번: ①
 62번: ③
 63번: 26
 64번: ②
 65번: ①
 66번: ⑤
 67번: ⑤
 68번: ③
 69번: ③
 70번: ⑤
 71번: 480
 72번: ②
 73번: ①
 74번: ⑤
 75번: ④
 76번: 4
 77번: 20
 78번: 50
 79번: ⑤
 80번: ②
 81번: ⑤
 82번: ①
 83번: ①
 84번: 10
 85번: ①
 86번: ⑤
 87번: ④
 88번: ②
 89번: 20
 90번: 141
 91번: ②
 92번: ②
 93번: ④
 94번: ②
 95번: 164
 96번: ①
 97번: ④
 98번: ③
 99번: ④
 100번: ③
 101번: ①
 102번: 79

- 103번: 139
- 104번: ④
- 105번: ④
- 106번: 33
- 107번: 7
- 108번: ③
- 109번: 64
- 110번: 58
- 111번: ⑤
- 112번: ③
- 113번: 25
- 114번: ③
- 115번: ④
- 116번: ④
- 117번: 169
- 118번: ①
- 119번: 10
- 120번: ②
- 121번: ②
- 122번: 282
- 123번: ③
- 124번: ⑤
- 125번: ①
- 126번: ④
- 127번: ②
- 128번: ③
- 129번: ⑤
- 130번: ③
- 131번: ⑤
- 132번: 9
- 133번: ①
- 134번: ②
- 135번: 525
- 136번: ②
- 137번: ③
- 138번: 257
- 139번: ⑤
- 140번: ⑤
- 141번: ①
- 142번: ④
- 143번: 6
- 144번: 61
- 145번: ⑤
- 146번: ②
- 147번: 160
- 148번: ②
- 149번: ③