

제 2 교시

수학 영역

함수의 극한과 연속

1. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & (x < 1) \\ \frac{1}{2x+1} & (x \geq 1) \end{cases},$$

$$g(x) = 2x^3 + ax + b$$

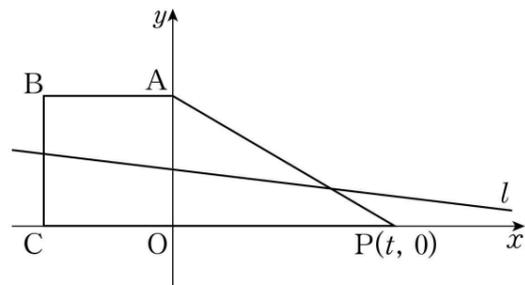
에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $b-a$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

(2020년 고3 3월 교육청 가형 12번)

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

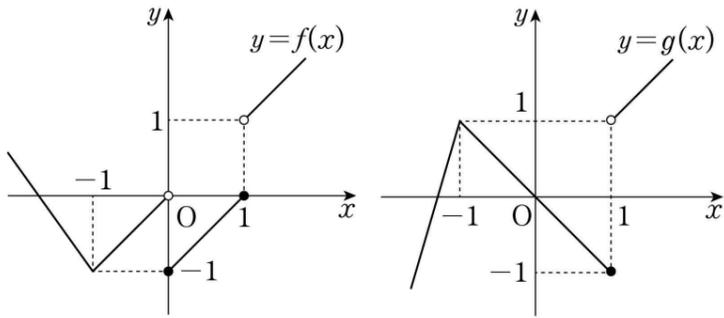
2. 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 $O(0, 0)$, $A(0, 2)$, $B(-2, 2)$, $C(-2, 0)$ 과 점 $P(t, 0)$ ($t > 0$)에 대하여 직선 l 이 정사각형 $OABC$ 의 넓이와 직각삼각형 AOP 의 넓이를 각각 이등분한다. 양의 실수 t 에 대하여 직선 l 의 y 절편을 $f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$ 의 값은? [4점]

(2020년 고3 3월 교육청 가형 20번)



- ① $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ ② $2-\sqrt{2}$ ③ $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{2+\sqrt{2}}{3}$

3. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

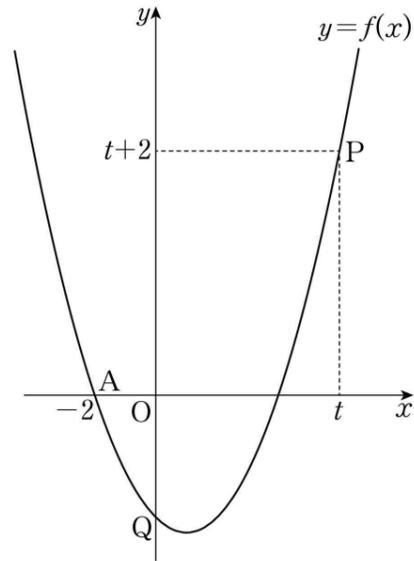


<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]
(2020년 고3 3월 교육청 나형 12번)

- < 보 기 >
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)g(x) = -1$
 - ㄴ. $f(1)g(1) = 0$
 - ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=1$ 에서 불연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

4. 최고차항의 계수가 1이고 두 점 $A(-2, 0)$, $P(t, t+2)$ 를 지나는 이차함수 $f(x)$ 가 있다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{2} \times \overline{AP} - \overline{AQ})$ 의 값을 구하시오. (단, $t \neq -2$) [4점]
(2020년 고3 3월 교육청 나형 26번)



5. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 3, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - x - 2} = 6$$

을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]
(2020년 고3 4월 교육청 나형 14번)

- ① -24 ② -21 ③ -18 ④ -15 ⑤ -12

6. 좌표평면에 세 점 $O(0, 0)$, $A(\sqrt{2}, 0)$, $B(0, \sqrt{2})$ 가 있다. 점 O 를 중심으로 하는 원 C 의 반지름의 길이가 t 일 때, 삼각형 ABP 의 넓이가 자연수인 원 C 위의 점 P 의 개수를 함수 $f(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 P 는 직선 AB 위에 있지 않다.) [4점]
(2020년 고3 4월 교육청 나형 21번)

— < 보 기 > —

ㄱ. $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$

ㄴ. $\lim_{t \rightarrow 1^+} f(t) \neq f(1)$

ㄷ. $0 < a < 4$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(t)$ 가 $t = a$ 에서 불연속인 a 의 개수는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-4 & (x < a) \\ x+3 & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

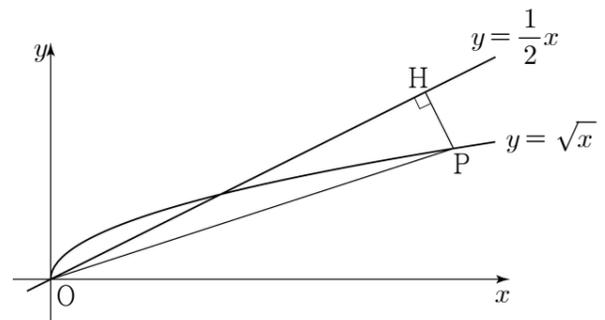
(2022학년도 수능 예비시험 7번)

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

8. 곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점 $P(t, \sqrt{t})$ ($t > 4$)에서 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 에

내린 수선의 발을 H라 하자. $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{OH}^2}{\overline{OP}^2}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

(2020년 고3 7월 교육청 나형 13번)



- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{11}{15}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{13}{15}$

9. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 10 & (x \leq a) \\ \frac{x^2 + ax + 4a}{x - a} & (x > a) \end{cases}$$

가 $x = a$ 에서 연속일 때, $f(2a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

[4점]

(2021학년도 사관학교 나형 26번)

10. 12. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 4$, $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{x-4} = 2$ 를 만족시키는 다항함수

$f(x)$ 에 대하여 방정식 $f(x) = 0$ 이 구간 $[2, 4]$ 에서 적어도 m 개의 서로 다른 실근을 갖는다. m 의 값은? [3점]

(2021학년도 경찰대학교 4번)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x + 2$ 와 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ |f(-x) - t| & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{t}{3}$ 가 만나는 서로 다른 모든 점의 개수를 $h(t)$ 라 하자.

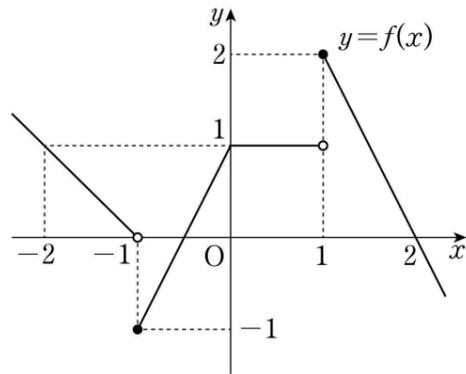
$$\lim_{t \rightarrow \alpha^-} h(t) \neq \lim_{t \rightarrow \alpha^+} h(t)$$

인 모든 실수 α 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)라 할 때,

$\sum_{k=1}^m \{4\alpha_k \times h(\alpha_k)\}$ 의 값을 구하시오. [4점]

(2020년 고2 9월 교육청 30번)

12. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 가 구간 $(-2, 2)$ 에서 연속일 때, $g(5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

(2020년 고3 10월 교육청 나형 24번)

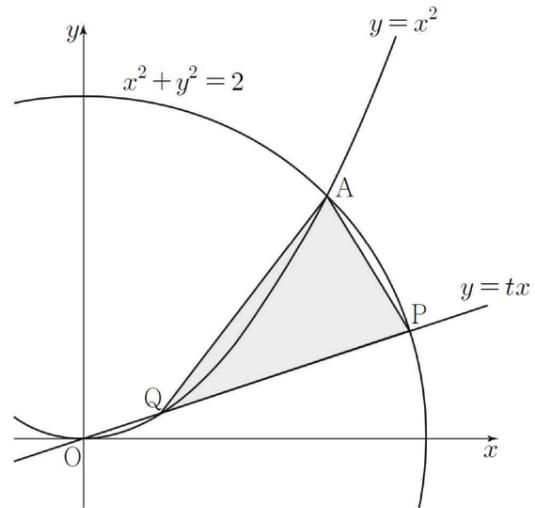
13. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = \left| \frac{kx}{x-1} \right|$ 라 하자. 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} g(t) + \lim_{t \rightarrow 2^-} g(t) + g(4) = 5$$

를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]
(2020년 고2 11월 교육청 20번)

- ① 6 ② $\frac{15}{2}$ ③ 9 ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ 12

14. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=2$ 와 곡선 $y=x^2$ 이 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 실수 $t(0 < t < 1)$ 에 대하여 직선 $y=tx$ 가 원 $x^2+y^2=2$, 곡선 $y=x^2$ 과 제1사분면에서 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 PAQ의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{S(t)}{(1-t)^2} = k$ 이다. $20k$ 의 값을 구하시오. [4점]
(2020년 고2 11월 교육청 28번)



15. 5 이하의 두 자연수 a, b 에 대하여 두 함수 $f(x), g(x)$ 를

$$f(x) = x^2 - 2ax + a^2 - a + 1$$

$$g(x) = \begin{cases} x+b & (1 < x < 3) \\ 7-b & (x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 3) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

(2020년 고2 11월 교육청 29번)

16. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -3x+a & (x \leq 1) \\ \frac{x+b}{\sqrt{x+3}-2} & (x > 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]
(2021학년도 수능 나형 26번)

19. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축에 접한다. 함수 $g(x)=(x-3)f'(x)$ 에 대하여 곡선 $y=g(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭일 때, $f(0)$ 의 값은? [3점]

(2020년 고3 3월 교육청 나형 13번)

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

20. $a > 0$ 인 상수 a 에 대하여 함수 $f(x)=|(x^2-9)(x+a)|$ 가 오직 한 개의 x 값에서만 미분가능하지 않을 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

(2020년 고3 3월 교육청 18번)

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

21. 이차함수 $g(x) = x^2 - 6x + 10$ 에 대하여 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
- (나) 함수 $(g \circ f)(x)$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, 방정식 $g(f(x)) = m$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
- (다) 방정식 $g(f(x)) = 17$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 합은? [4점]
(2020년 고3 3월 교육청 나형 21번)

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

22. 자연수 a 에 대하여 두 함수

$$f(x) = -x^4 - 2x^3 - x^2, g(x) = 3x^2 + a$$

가 있다. 다음을 만족시키는 a 의 값을 구하시오. [4점]
(2020년 고3 3월 교육청 나형 28번)

- 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $f(x) \leq 12x + k \leq g(x)$ 를 만족시키는 자연수 k 의 개수는 3이다.

23. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax + 10$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} b - f(x) & (x < 3) \\ f(x) & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 함수 $g(x)$ 의 극솟값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

(2020년 고3 4월 교육청 나형 28번)

24. 양의 실수 t 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에

대하여 함수

$$g(t) = \frac{f(t) - f(0)}{t}$$

이라 하자. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(t)$ 의 최솟값은 0이다.

(나) x 에 대한 방정식 $f'(x) = g(a)$ 를 만족시키는 x 의 값은

a 와 $\frac{5}{3}$ 이다. (단, $a > \frac{5}{3}$ 인 상수이다.)

자연수 m 에 대하여 집합 A_m 을

$$A_m = \{x \mid f'(x) = g(m), 0 < x \leq m\}$$

이라 할 때, $n(A_m) = 2$ 를 만족시키는 모든 자연수 m 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(2020년 고3 4월 교육청 나형 30번)

25. 방정식 $2x^3 + 6x^2 + a = 0$ 이 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 a 의 개수는? [4점]
(2021학년도 6월 평가원 나형 19번)

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

26. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x$ 에서 x 의 값이 0에서 a 까지 변할 때의 평균변화율이 $f'(2)$ 의 값과 같게 되도록 하는 양수 a 의 값을 구하시오. [4점]
(2021학년도 6월 평가원 나형 26번)

27. 이차함수 $f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 극대이고,
삼차함수 $g(x)$ 는 이차항의 계수가 0이다. 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 0) \\ g(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3)+h'(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(2021학년도 6월 평가원 나형 30번)

- (가) 방정식 $h(x)=h(0)$ 의 모든 실근의 합은 1이다.
(나) 닫힌구간 $[-2, 3]$ 에서 함수 $h(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 $3+4\sqrt{3}$ 이다.

28. 원점을 지나고 곡선 $y = -x^3 - x^2 + x$ 에 접하는 모든 직선의 기울기의 합은? [4점]

(2022학년도 수능 예비시험 9번)

- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

29. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

방정식 $f(x)=9$ 는 서로 다른 세 실근을 갖고,
이 세 실근은 크기 순서대로 등비수열을 이룬다.

$f(0)=1, f'(2)=-2$ 일 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]
(2022학년도 수능 예비시행 11번)

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

30. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x)=x^4+kx+10$ 이 $x=1$ 에서
극값을 가질 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]
(2022학년도 수능 예비시행 19번)

31. 함수

$$f(x) = x^3 - 3px^2 + q$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 25 이하의 두 자연수 p, q 의 모든 순서쌍 (p, q) 의 개수를 구하시오. [4점]
(2022학년도 수능 예비시험 22번)

- (가) 함수 $|f(x)|$ 가 $x=a$ 에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a 의 개수는 5이다.
(나) 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값과 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값은 같다.

32. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = 2t^3 - kt^2 \quad (k \text{는 상수})$$

이다. 시각 $t=1$ 에서 점 P가 운동 방향을 바꿀 때, 시각 $t=k$ 에서의 점 P의 가속도를 구하시오. [3점]
(2020년 고3 7월 교육청 나형 25번)

33. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이다.
- (나) 함수 $f(x)$ 는 극댓값 7을 갖는다.

$f(1) = 2$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극솟값은? [4점]
(2021학년도 사관학교 나형 15번)

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

34. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x(x+a)^2 & (x < 0) \\ x(x-a)^2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = 4x + t$ 의 서로 다른 교점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(t)$ 의 최댓값은 5이다.
- (나) 함수 $g(t)$ 가 $t = \alpha$ 에서 불연속인 α 의 개수는 2이다.

$f'(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]
(2021학년도 사관학교 나형 30번)

35. 곡선 $y = x^3 + 1$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선을 l 이라 하자.
중심이 y 축 위에 있는 원이 점 $(1, 2)$ 에서 직선 l 에 접할 때,
이 원의 넓이는? [4점]

(2021학년도 경찰대학교 13번)

- ① $\frac{5}{9}\pi$ ② $\frac{8}{9}\pi$ ③ π ④ $\frac{10}{9}\pi$ ⑤ $\frac{13}{9}\pi$

36. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 는
 $x = -1$ 에서 최솟값을 갖는다. 방정식

$$|f(x) - f(-3)| = k$$

가 서로 다른 네 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위는
 $0 < k < m$ 이다. 실수 m 의 최댓값은? [5점]

(2021학년도 경찰대학교 19번)

- ① 8 ② 16 ③ 24 ④ 32 ⑤ 40

37. 최고차항의 계수가 a 인 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$|f'(x)| \leq 4x^2 + 5$$

를 만족시킨다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 대칭축이 직선 $x=1$ 일 때, 실수 a 의 최댓값은? [4점]

(2021학년도 9월 평가원 나형 18번)

- ① $\frac{3}{2}$
- ② 2
- ③ $\frac{5}{2}$
- ④ 3
- ⑤ $\frac{7}{2}$

38. 방정식 $x^3 - x^2 - 8x + k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2일 때, 양수 k 의 값을 구하시오. [4점]

(2021학년도 9월 평가원 나형 26번)

39. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1) = f(3) = 0$

(나) 집합 $\{x \mid x \geq 1 \text{이고 } f'(x) = 0\}$ 의 원소의 개수는 1이다.

상수 a 에 대하여 함수 $g(x) = |f(x)f(a-x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\frac{g(4a)}{f(0) \times f(4a)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

(2021학년도 9월 평가원 나형 30번)

40. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = t^3 + kt^2 + kt \quad (k \text{는 상수})$$

이다. 시각 $t=1$ 에서 점 P가 운동 방향을 바꿀 때, 시각 $t=2$ 에서 점 P의 가속도는? [3점]

(2020년 고3 10월 교육청 나형 11번)

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

41. $f(1) = -2$ 인 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 일차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)g(x)+4}{x-1} = 8$ (나) $g(0) = g'(0)$

$f'(1)$ 의 값은? [4점]
(2020년 고3 10월 교육청 나형 17번)

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

42. 함수 $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax$ 에 대하여 방정식 $f(x) = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 자연수 a 의 값을 가장 작은 수부터 차례대로 나열할 때 n 번째 수를 a_n 이라 하자. $a = a_n$ 일 때, $f(x)$ 의 극댓값을 b_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{10} (b_n - a_n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(2020년 고3 10월 교육청 나형 28번)

43. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+g(x)}{x} = 3, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+3}{xg(x)} = 2$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여 $h'(0)$ 의 값은?

[4점]

(2021학년도 수능 나형 17번)

- ① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

44. 곡선 $y = 4x^3 - 12x + 7$ 과 직선 $y = k$ 가 만나는 점의 개수가

2가 되도록 하는 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]

(2021학년도 수능 나형 25번)

45. 함수 $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 함수 $g(x)$ 는 일차함수이다. 함수 $h(x)$ 를

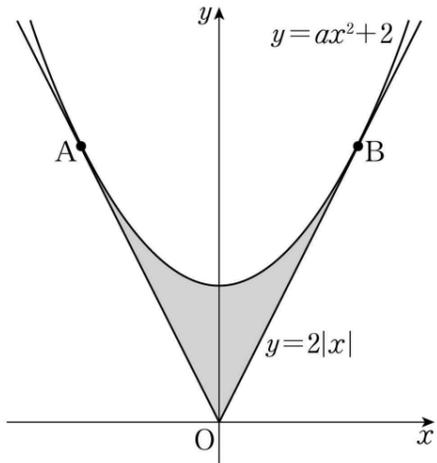
$$h(x) = \begin{cases} |f(x) - g(x)| & (x < 1) \\ f(x) + g(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $h(0) = 0$, $h(2) = 5$ 일 때, $h(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(2021학년도 수능 나형 30번)

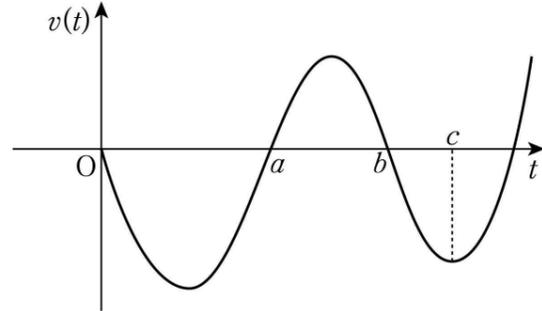
적분

46. 그림과 같이 두 함수 $y=ax^2+2$ 와 $y=2|x|$ 의 그래프가 두 점 A, B에서 각각 접한다. 두 함수 $y=ax^2+2$ 와 $y=2|x|$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, a 는 상수이다.) [3점]
(2020년 고3 3월 교육청 가형 10번)



- ① $\frac{13}{6}$
- ② $\frac{7}{3}$
- ③ $\frac{5}{2}$
- ④ $\frac{8}{3}$
- ⑤ $\frac{17}{6}$

47. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 그림과 같다.



점 P가 출발한 후 처음으로 운동 방향을 바꿀 때의 위치는 -8 이고 점 P의 시각 $t=c$ 에서의 위치는 -6 이다.

$\int_0^b v(t)dt = \int_b^c v(t)dt$ 일 때, 점 P가 $t=a$ 부터 $t=b$ 까지 움직인 거리는? [4점]

(2020년 고3 3월 교육청 가형 15번)

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

48. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = x^3 - 4x \int_0^1 |f(t)| dt$$

를 만족시킨다. $f(1) > 0$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]
(2020년 고3 3월 교육청 가형 16번)

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

49. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_t^x f(s) ds$$

라 하자. 상수 a 에 대하여 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(a) = 0$
- (나) 함수 $|g(x) - g(a)|$ 가 미분가능하지 않은 x 의 개수는 1이다.

실수 t 에 대하여 $g(a)$ 의 값을 $h(t)$ 라 할 때, $h(3) = 0$ 이고 함수 $h(t)$ 는 $t = 2$ 에서 최댓값 27을 가진다. $f(5)$ 의 값을 구하시오.

[4점]
(2020년 고3 3월 교육청 가형 30번)

50. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt + f(x)$$

라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값 0을 갖는다.
 (나) 함수 $g(x)$ 의 도함수 $y=g'(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

$f(2)$ 의 값은? [4점]

(2020년 고3 3월 교육청 나형 20번)

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

51. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 가 $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$ 이다. 점 P가 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 처음으로 운동 방향을 바꾼 순간의 위치를 A라 하자. 점 P가 A에서 방향을 바꾼 순간부터 다시 A로 돌아올 때까지 움직인 거리를 구하시오. [4점]

(2020년 고3 3월 교육청 나형 27번)

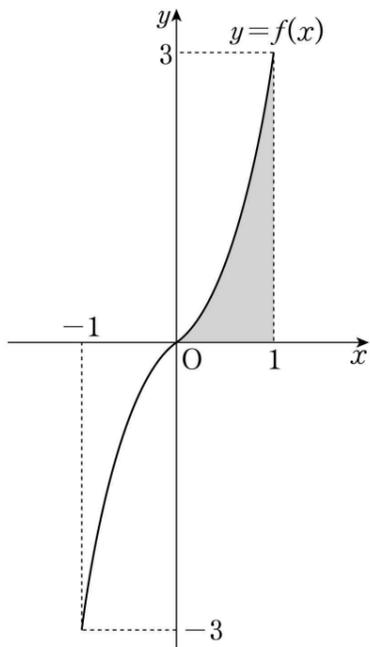
52. 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 는 정의역에서 증가하고 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 가 성립할 때, 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 $g(x) = f(x)$ 이다.
- (나) 닫힌구간 $[2n-1, 2n+1]$ 에서 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $2n$ 만큼, y 축의 방향으로 $6n$ 만큼 평행이동한 그래프이다.
(단, n 은 자연수이다.)

$f(1) = 3$ 이고 $\int_0^1 f(x)dx = 1$ 일 때, $\int_3^6 g(x)dx$ 의 값을 구하시오.

[4점]

(2020년 고3 3월 교육청 나형 30번)



53. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$3xf(x) = 9 \int_1^x f(t)dt + 2x$$

를 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]

(2020년 고3 4월 교육청 나형 16번)

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

54. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -4t + 8$$

일 때, $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오.

[4점]

(2020년 고3 4월 교육청 나형 26번)

55. 곡선 $y = x^3 - 2x^2$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]
(2021학년도 6월 평가원 나형 13번)

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

56. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -4t + 5$$

이다. 시간 $t=3$ 에서 점 P의 위치가 11일 때, 시간 $t=0$ 에서 점 P의 위치는? [4점]

(2021학년도 6월 평가원 나형 15번)

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

57. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = 4x^3 + x \int_0^1 f(t) dt$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

(2021학년도 6월 평가원 나형 17번)

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

58. $0 < a < b$ 인 모든 실수 a, b 에 대하여

$$\int_a^b (x^3 - 3x + k) dx > 0$$

이 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [4점]
(2022학년도 수능 예비시험 12번)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

59. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 가속도가

$$a(t) = 3t^2 - 12t + 9 \quad (t \geq 0)$$

이고, 시각 $t=0$ 에서의 속도가 k 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]
(2022학년도 수능 예비시험 14번)

— < 보 기 > —

- ㄱ. 구간 $(3, \infty)$ 에서 점 P의 속도는 증가한다.
ㄴ. $k = -4$ 이면 구간 $(0, \infty)$ 에서 점 P의 운동 방향이 두 번 바뀐다.
ㄷ. 시각 $t=0$ 에서 시각 $t=5$ 까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k 의 최솟값은 0이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

60. 0이 아닌 실수 k 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = 3(x-k)(x-2k)$$

이다. 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 4) \\ \frac{f(4)-f(1)}{3}(x-1)+f(1) & (1 < x < 4) \end{cases}$$

의 역함수가 존재하도록 하는 모든 실수 k 의 값의 범위가 $\alpha \leq k < \beta$ 일 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? [4점]

(2021학년도 사관학교 나형 20번)

- ① $\frac{3}{8}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{5}{6}$
- ④ $\frac{3}{4}$
- ⑤ $\frac{7}{8}$

61. 양수 a 와 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 \leq x < 1$ 일 때, $f(x) = 2x^2 + ax$ 이다.
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x) + a^2$ 이다.

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

(2021학년도 사관학교 나형 28번)

62. 곡선 $y=x^2-1$ 위의 점 (t, t^2-1) 에서의 접선을 l 이라 하자.

곡선 $y=x^2-1$ 과 직선 l 및 두 직선 $x=0, x=1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이의 최솟값은? (단, $0 < t < 1$) [4점]

(2021 학년도 경찰대학교 5번)

- ① $\frac{1}{21}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{15}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

63. 두 함수 $f(x)=x^4(x-a), g(x)=k(x-1)(x-b)$ 의 그래프가

직선 $y=x-1$ 에 접한다. 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 함수 $g(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 같을 때, 세 상수 a, b, k 에 대하여 abk 의 값은? (단, $b > 1$) [5점]

(2021 학년도 경찰대학교 18번)

- ① $-2-\sqrt{5}$ ② $-1-\sqrt{5}$ ③ $-\sqrt{5}$
 ④ $1-\sqrt{5}$ ⑤ $2-\sqrt{5}$

64. 두 함수 $f(x) = -x^2 + 4x$, $g(x) = 2x - a$ 에 대하여 함수 $h(x) = \frac{1}{2} \{f(x) + g(x) + |f(x) - g(x)|\}$ 가 극솟값 3을 가질 때, $\int_0^4 h(x)dx$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]
 (2021학년도 경찰대학교 22번)

65. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + f(-x)}{x^2} = 3$
 (나) $f(0) = -1$

$\int_{-3}^3 f(x)dx$ 의 값은? [4점]

(2020년 고3 7월 교육청 나형 14번)

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

66. 첫째항이 1 이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점 P_1 의 좌표는 (1, 1)이다.
- (나) 점 P_n 의 x 좌표는 a_n 이다.
- (다) 직선 P_nP_{n+1} 의 기울기는 $\frac{1}{2}a_{n+1}$ 이다.

$x \geq 1$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 모든 자연수 n 에 대하여 닫힌구간 $[a_n, a_{n+1}]$ 에서 선분 P_nP_{n+1} 과 일치할 때,

$\int_1^{11} f(x)dx$ 의 값은? [4점]

(2020년 고3 7월 교육청 나형 19번)

- ① 140 ② 145 ③ 150 ④ 155 ⑤ 160

67. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(x)=x^2-4x, g'(x)=-2x$
- (나) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 서로 다른 두 점에서만 만난다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

(2020년 고3 7월 교육청 나형 20번)

- < 보 기 > —
- ㄱ. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모두 $x=0$ 에서 극대이다.
 - ㄴ. $\{f(0)-g(0)\} \times \{f(2)-g(2)\} = 0$
 - ㄷ. 모든 실수 x 에 대하여 $\int_{-1}^x \{f(t)-g(t)\} dt \geq 0$ 이면 $\int_{-1}^1 \{f(x)-g(x)\} dx = 2$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

68. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$, $f(x+3) = f(x)$ 이고
 $\int_{-1}^2 \{f(x) + x^2 - 1\}^2 dx$ 의 값이 최소가 되도록 하는 연속함수
 $f(x)$ 에 대하여 $\int_{-1}^{26} f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]
 (2020년 고3 7월 교육청 나형 28번)

69. $t \geq 6 - 3\sqrt{2}$ 인 실수 t 에 대하여 실수 전체의 집합에서
 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + tx & (x < 0) \\ -3x^2 + tx & (x \geq 0) \end{cases}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 실수 k 의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자.

- (가) 닫힌구간 $[k-1, k]$ 에서 함수 $f(x)$ 는
 $x = k$ 에서 최댓값을 갖는다.
 (나) 닫힌구간 $[k, k+1]$ 에서 함수 $f(x)$ 는
 $x = k+1$ 에서 최솟값을 갖는다.

$3 \int_2^4 \{6g(t) - 3\}^2 dt$ 의 값을 구하시오. [4점]

(2020년 고3 7월 교육청 나형 30번)

70. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - at \quad (a > 0)$$

이다. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때부터 움직이는 방향이 바뀔 때까지 움직인 거리가 $\frac{9}{2}$ 이다. 상수 a 의 값은? [3점]

(2021학년도 9월 평가원 나형 13번)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

71. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \geq g(x)$

(나) $f(x) + g(x) = x^2 + 3x$

(다) $f(x)g(x) = (x^2 + 1)(3x - 1)$

$\int_0^2 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

(2021학년도 9월 평가원 나형 20번)

- ① $\frac{23}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{29}{6}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

72. 함수 $f(x) = -x^2 - 4x + a$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

가 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

(2021학년도 9월 평가원 나형 28번)

73. 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) = 2x + 2 \int_0^1 g(t) dt$
(나) $g(0) - \int_0^1 g(t) dt = \frac{2}{3}$

$g(1)$ 의 값은? [4점]

(2020년 고3 10월 교육청 나형 16번)

- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

74. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt - xf(x)$$

라 하자. 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \leq g(3)$ 이고 함수 $g(x)$ 는 오직 1개의 극값만 가진다. $\int_0^1 g'(x) dx$ 의 값은? [4점]

(2020년 고3 10월 교육청 나형 20번)

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

75. 함수 $f(x) = \begin{cases} -3x^2 & (x < 1) \\ 2(x-3) & (x \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x (t-1)f(t) dt$$

라 할 때, 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 와 곡선 $y=g(x)$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(t)$ 라 하자.

$\left| \lim_{t \rightarrow a^+} h(t) - \lim_{t \rightarrow a^-} h(t) \right| = 2$ 를 만족시키는 모든 실수 a 에 대하여

$|a|$ 의 값의 합을 S 라 할 때, $30S$ 의 값을 구하시오. [4점]

(2020년 고3 10월 교육청 나형 30번)

76. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 2t - 6$$

이다. 점 P가 시간 $t=3$ 에서 $t=k(k > 3)$ 까지 움직인 거리가 25일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

(2021학년도 수능 나형 14번)

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

77. 실수 $a(a > 1)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-a)$$

라 하자. 함수

$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t)dt - \int_0^x t^2 f(t)dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a 의 최댓값은? [4점]

(2021학년도 수능 나형 20번)

- ① $\frac{9\sqrt{2}}{8}$
- ② $\frac{3\sqrt{6}}{4}$
- ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- ④ $\sqrt{6}$
- ⑤ $2\sqrt{2}$

78. 곡선 $y = x^2 - 7x + 10$ 과 직선 $y = -x + 10$ 으로 둘러싸인
부분의 넓이를 구하시오. [4점]
(2021학년도 수능 나형 27번)

[빠른 정답]

- 1번: ①
- 2번: ②
- 3번: ⑤
- 4번: 6
- 5번: ①
- 6번: ⑤
- 7번: ④
- 8번: ④
- 9번: 6
- 10번: ③
- 11번: 141
- 12번: 24
- 13번: ①
- 14번: 15
- 15번: 7
- 16번: 6
- 17번: ③
- 18번: ⑤
- 19번: ③
- 20번: ①
- 21번: ①
- 22번: 34
- 23번: 6
- 24번: 35
- 25번: ③
- 26번: 3
- 27번: 38
- 28번: ②
- 29번: ②
- 30번: 7
- 31번: 14
- 32번: 30
- 33번: ⑤
- 34번: 36
- 35번: ④
- 36번: ④
- 37번: ②
- 38번: 12
- 39번: 105
- 40번: ④
- 41번: ①
- 42번: 160
- 43번: ①
- 44번: 15
- 45번: 39
- 46번: ④
- 47번: ③
- 48번: ②
- 49번: 432
- 50번: ②

- 51번: 8
- 52번: 41
- 53번: ⑤
- 54번: 10
- 55번: ②
- 56번: ④
- 57번: ①
- 58번: ②
- 59번: ④
- 60번: ④
- 61번: 17
- 62번: ④
- 63번: ②
- 64번: 13
- 65번: ⑤
- 66번: ②
- 67번: ⑤
- 68번: 12
- 69번: 37
- 70번: ③
- 71번: ③
- 72번: 5
- 73번: ③
- 74번: ②
- 75번: 80
- 76번: ③
- 77번: ④
- 78번: 36