



01. 자연수 n 에 대하여 $\log n$ 의 지표를 m , 가수를 a 라 할 때,
좌표평면에서 점 P_n 을 $P_n(m, 10^a)$ 이라 하자.
점 P_n 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 위의 점
중에서 점 $A(0, 1)$ 과의 거리가 최소인 점을 Q_n 이라 하자.
 $\overline{AQ_n} \leq 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 개수를 구하시오.
(단, $1.41 < \sqrt{2} < 1.42$, $2.23 < \sqrt{5} < 2.24$ 이다.) [4점] [by 포카칩]

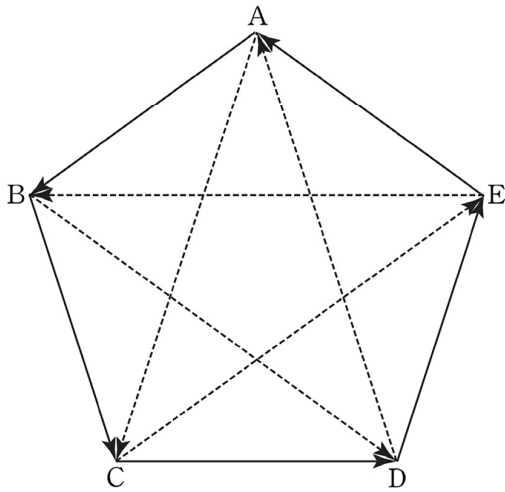


02.

$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x^2 - a & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$ 에 대하여 $(f \circ f)(x)$ 가 $x = 2$ 에서 연속이기 위한

실수 b 의 값이 2개 이상 존재할 때, 이를 만족시키는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점] [by 포카칩]

03. 그림과 같이 A, B, C, D, E가 정오각형 모양으로 둘러서서 공놀이를 하고 있다. 공을 잡은 사람이 다른 사람에게 공을 돌릴 때 실선 화살표 방향으로 건네줄 확률이 $\frac{2}{3}$ 이고, 점선 화살표 방향으로 건네줄 확률이 $\frac{1}{3}$ 이다. A가 처음에 공을 잡고 있고, A에게 공이 되돌아오면 게임이 끝난다고 할 때, 6번 공이 돈 직후에 게임이 끝날 확률은? [4점] [by Romanum]

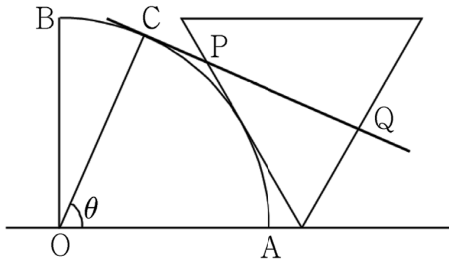


- ① $\frac{8}{243}$ ② $\frac{4}{81}$ ③ $\frac{16}{243}$ ④ $\frac{5}{81}$ ⑤ $\frac{20}{243}$

04. 그림과 같이 직선 l 위에 중심각이 $\frac{\pi}{2}$ 이고 반지름이 $\sqrt{3}$ 인

부채꼴 OAB 와 한 변이 직선 l 과 평행하고 높이가 $\sqrt{3}$ 인 정삼각형이 서로 접하도록 놓여있을 때, 부채꼴의 호 AB 위의 임의의 점 C 에 대하여 $\angle AOC = \theta$ 이고 점 C 에서의 접선이 정삼각형과 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{6} + 0} \frac{\overline{PQ} - 1}{\theta - \frac{\pi}{6}} = a$ 라 할 때, $300a^2$ 의 값을 구하시오. [4점] [by 이해원]





05. 모든 항이 정수이고 공차가 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_n$ 이라 하자.

$$|b_{k+2} + b_{k+1}| > |b_{k+1} + b_k|$$

를 만족시키는 자연수 k 의 개수가 10일 때, $\sum_{n=1}^{40} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점] [by 포카칩]



06.

좌표평면에서 최고차항의 계수가 양수이고 y 축에 대하여 서로 대칭인 두 사차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)-g(1)$ 의 값을 구하시오. [4점] [by 포카칩]

(가) $f'(0)=0$

(나) $f(x)$ 의 극댓값은 존재하지 않는다.

(다) $g'(x)=f'(x+2)+16$



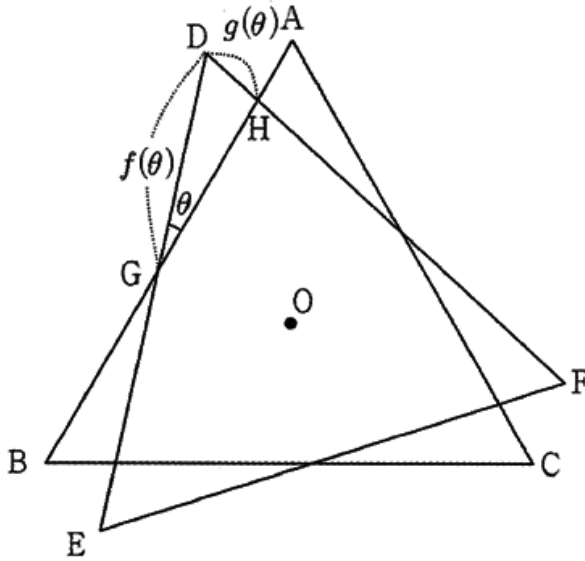
07.

양의 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b ($a < b$)에 대하여 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점] [by 포카칩]

$$(가) f(a) \leq 1, f(b) \leq 1$$

$$(나) |g(a) - g(2)| = |g(b) - g(2)|$$

08. 그림과 같이 외심 O 를 공유하고 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 와 DEF 가 있다. \overline{AB} 와 \overline{DE} 가 만나는 점이 G 이고, \overline{AB} 와 \overline{DF} 가 만나는 점이 H 일 때, $\angle DGH = \theta$ 이다. $\overline{DG} = f(\theta)$, $\overline{DH} = g(\theta)$ 일 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\sqrt{3} - f(\theta)}{g(\theta)} = \alpha$ 이다. 100α 의 값을 구하시오. [by Romanum]





09.

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$f(2-x) = f(2+x)$ 를 만족한다. 구간 $[t-1, t]$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값을 $g(t)$ 라고

할 때, $-1 \leq t \leq 0$ 에서 $g'(t) = 0$ 이다. 이때, $g'(7)$ 의 값은? [by 박주혁]

① 48

② 78

③ 108

④ 112

⑤ 320



10.

양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 자연수 a , b 의 모든 순서쌍의 개수를 $p(n)$ 이라 하자.

$$(가) \ 0 \leq f(a) < f(b) \leq n$$

$$(나) \ g(a) = g(b)$$

예를 들어, $p(2) = 108$ 이다. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p(n+2) - p(n)}{10^n}$ 의 값을 구하시오. [by 이해민]

(단, n 은 자연수이다.) [4점]