

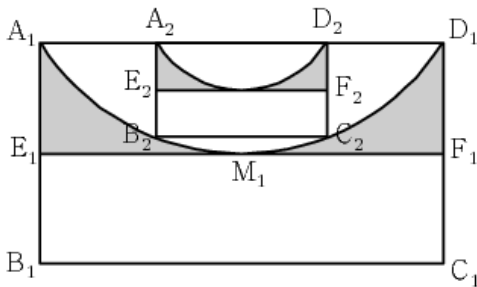


21. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=2a$, $\overline{A_1D_1}=2\sqrt{3}a$ 인 직사각형

$A_1B_1C_1D_1$ 에서 두 변 A_1B_1 , C_1D_1 의 중점을 각각 E_1 , F_1 이라 하고, 변 E_1F_1 의 중점을 M_1 이라 할 때, 두 점 A_1 , D_1 을 지나고 변 E_1F_1 과 점 M_1 에서 접하는 원의 외부 및 직사각형 $A_1E_1F_1D_1$ 의 내부의 공통부분인  모양에 색칠하고 그 넓이를 S_1 이라 하자. 이제, 변 A_1D_1 위에 두 꼭짓점 A_2 , D_2 가 있고, 두 호 A_1M_1 , M_1D_1 위에 각각 꼭짓점 B_2 , C_2 가 있고, 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 과 닮은 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린 다음, 이 직사각형 안에 S_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양에 색칠하고 그 넓이를 S_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 색칠된 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값이 $9\sqrt{3}-4\pi$ 가 되도록 하는 양수 a 의 값은?

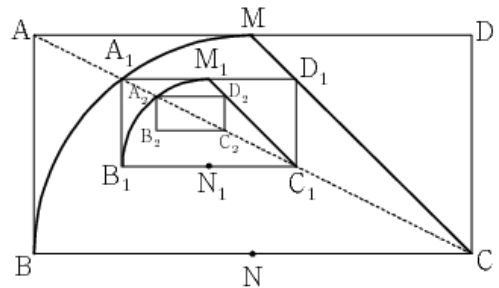


- ① $\frac{\sqrt{30}}{7}$ ② $\frac{\sqrt{30}}{6}$ ③ $\frac{2\sqrt{30}}{7}$
 ④ $\frac{\sqrt{30}}{3}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{30}}{7}$

22. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{AD}=2$ 인 직사각형 ABCD에서

두 변 AD, BC의 중점을 각각 M, N이라 한다. 점 N을 중심으로 하고 선분 BN을 반지름으로 하는 원의 호 BM과 대각선 AC의 교점을 A_1 이라 한다. 점 A_1 을 지나고 변 AD에 평행한 직선과 선분 MC의 교점을 D_1 , 점 D_1 을 지나고 변 DC에 평행한 직선과 대각선 AC의 교점을 C_1 이라 한다. 삼각형 ABC의 내부에 점 B_1 을 잡아 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 을 만들고 그 넓이를 S_1 이라 한다. 직사각형 ABCD의 내부에 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 을 만드는 것과 마찬가지로의 방법으로, 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부에 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 만들고 그 넓이를 S_2 라 한다. 이와 같은 방법으로 만들어지는 직사각형

$A_nB_nC_nD_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?



- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{8}{21}$
 ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{10}{21}$

방부등식/삼각함수

23. 닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 $f(x)=3|x|$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)=f(x+4)$ 를 만족한다. 무리방정식 $\sqrt{f(x)-mx+5}=f(x)-mx-1$ 의 실근 x 의 개수가 5일 때, 양수 m 의 값은 범위는 $\alpha < m < \beta$ 이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$
 ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

24. 두 함수 $f(x) = -x + 2$, $g(x) = \frac{1}{2}(x - 1)$ 에 대하여

무리방정식

$$\sqrt{g(x)} + \sqrt{\{f(x)\}^2 - g(x)} = f(x)$$

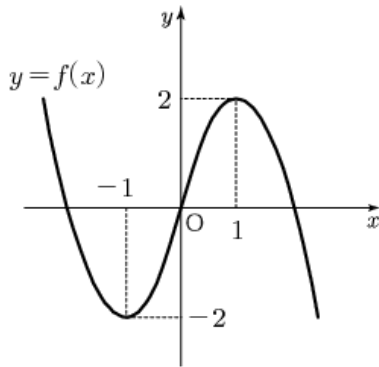
의 모든 실근의 합을 a 라 하자. $10a$ 의 값을 구하시오.

25. 원점을 지나고 $x = -1, 1$ 에서 극값을 갖는 삼차함수

$y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 방정식

$$f(x-1) + \frac{1}{f(x-1)} = 2x-2 + \frac{1}{2x-2}$$

의 모든 실근의



- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

26. 자연수 n 에 대하여 분수부등식 $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-n} \leq 0$ 을

만족시키는 자연수 x 의 개수를 a_n 이라 하자.

$$\sum_{k=1}^n a_k = 225$$

- ① 23 ② 25 ③ 27
 ④ 29 ⑤ 31

27. 최고차항의 계수가 양인 사차함수 $f(x)$ 와 최고차항의

계수가 음인 이차함수 $g(x)$ 가

$$f(-1)=0, g(1)=1, g(4)=4,$$

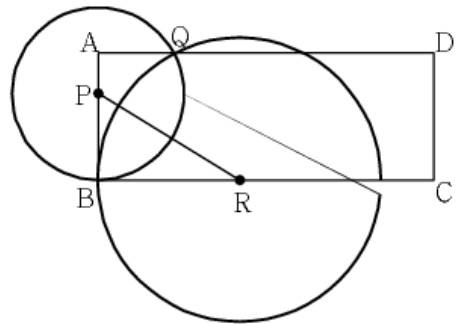
$$f(-4)=2g(-2)+4, f(0)=2g(2)-4, f(4)=2g(6)-12$$

를 만족시킨다. 분수부등식 $\frac{f(x-2)}{g(x)-x} \geq 2$ 를 만족시키는

모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오.

28. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$ 이고 변 AD가 충분히 긴

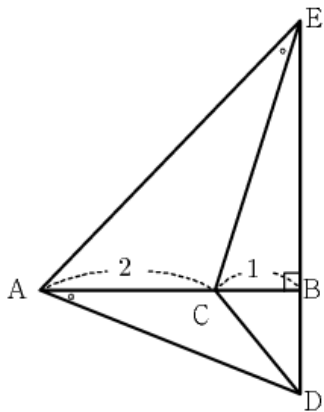
직사각형 ABCD가 있다. 변 AB 위에 양끝점이 아닌 점 P를 중심으로 하고 점 B를 지나는 원이 변 AD와 만나는 점을 Q라 하자. 두 점 B, Q를 모두 지나고 중심이 변 BC 위에 있는 원의 중심을 R이라 할 때, 선분 PR의 길이의 최솟값은 k 이다. k^2 의 값을 구하시오. (단, 점 Q는 점 D가 아니고, $\overline{BR} > \overline{AB}$, $\overline{BP} > \overline{AP}$)



27 28.png
(979 X 564)

29. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$ 인 선분 AB의 2:1 내분점을

C라 하자. 점 B를 지나고 선분 AB와 수직인 선분 DE에 대하여 $\angle AEC = \angle DAC$ 이고 $\angle DCE$ 의 크기가 $\angle DAE$ 의 크기보다 $\frac{\pi}{4}$ 만큼 클 때, 선분 DE의 길이는?
(단, $\overline{DE} > 4$ 이다.)

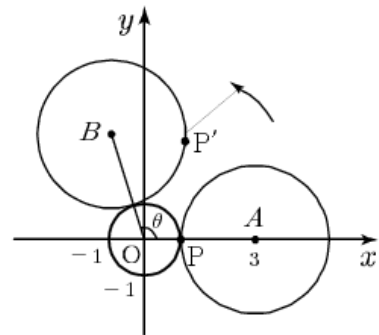


- ① $4 + \sqrt{2}$ ② $4 + \sqrt{3}$ ③ 6
 ④ $4 + \sqrt{5}$ ⑤ $4 + \sqrt{6}$

30. 그림과 같이 좌표평면 위에 원 $O: x^2 + y^2 = 1$ 과 원

$A: (x-3)^2 + y^2 = 4$ 가 있다. 원 A를 원 O와 외접한 상태를 유지하면서 원 O의 둘레를 따라 시계 반대방향으로 굴려서 원 B가 되었을 때, 원 A 위의 점 $P(1, 0)$ 이 원 B 위의 점 P' 으로 옮겨진다.

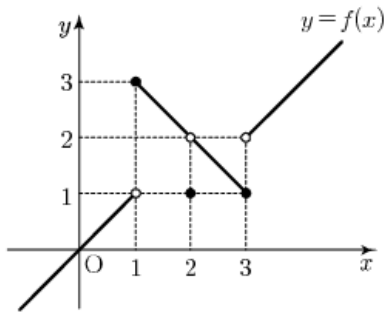
$\angle POB = \theta$ 이고 $\overline{OP'} = 3$ 일 때 $\cos 2\theta = \frac{b}{a}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.



29 30.png
(977 X 628)

함수의 극한

31. 그림은 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프이다.



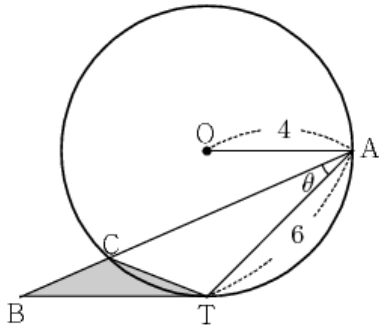
함수 $f(x)$ 는 $x=1$, $x=2$, $x=3$ 에서만 불연속이다.
 삼차함수 $g(x)$ 는 최고차항의 계수가 1이고,
 $g(0)=0$ 이다. 합성함수 $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의
 집합에서 연속일 때, $g(4)$ 의 값을 구하시오.

32. 함수 $f(x) = \frac{2}{x-a} + a$ 에 대하여 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 과

곡선 $y=f(x)$ 의 교점의 개수를 $g(r)$ 이라고 하자. 함수
 $y=g(r)$ 이 $r=1$ 과 $r=3$ 에서 불연속일 때, $100a^2$ 의
 값을 구하시오. (단, $a > 0$, $r > 0$)

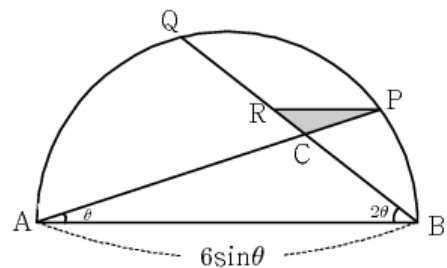
33. 그림과 같이 반지름의 길이가 4인 원에 길이가 6인 현

AT를 긋고, 점 T에서 그은 원의 접선 위에 $\angle BAT = \theta$ 가 되도록 점 B를 잡는다. 선분 AB와 원이 만나는 점을 C라 하고, 삼각형 CBT의 넓이를 $f(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{f(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오.



34. 그림과 같이 길이가 $6 \sin \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)인 선분

AB를 지름으로 하는 반원 위의 두 점 P, Q를 $\angle PAB = \theta$, $\angle QBA = 2\theta$ 가 되도록 잡고, 두 직선 AP, BQ의 교점을 C라 하자. 점 P를 지나고 직선 AB에 평행인 직선이 직선 CQ와 만나는 점을 R이라 하고 삼각형 CPR의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오.



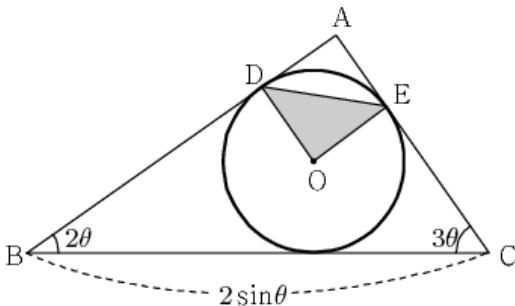
33 34.png
(983 X 519)

35. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 $\angle B = 2\theta$, $\angle C = 3\theta$,

$\overline{BC} = 2\sin\theta$ 이다. 삼각형 ABC의 내접원의 중심을 O, 변 AB, 변 AC와 내접원의 접점을 각각 D, E라 하고 삼각형 ODE의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^5} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{5}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



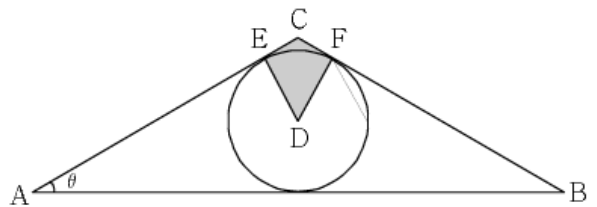
36. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 밑변으로 하는

이등변삼각형 ABC의 내접원과 변 CA, 변 CB와의 접점을 각각 E, F라 하고, 내접원의 중심을 D라 하자.

$\angle CAB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) 이고, 사각형 CEDF의 넓이를

$S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을

구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수)



35 36.png
(981 X 535)

미분과 적분

37. 실수 t 에 대하여 곡선 $y = x^3$ 위의 점 (t, t^3) 과 직선 $y = 3x + a$ 사이의 거리를 $\sqrt{10}$ 배한 것을 $g(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. $a = 2$ 일 때, 함수 $g(t)$ 는 0이 아닌 극솟값을 갖는다.
- ㄴ. 함수 $g(t)$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 최대 3이다.
- ㄷ. 함수 $g(t)$ 가 서로 다른 두 개의 극댓값을 가지면, 두 극댓값의 합은 4이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

38. 자연수 n 에 대하여 함수 $y = \frac{x^n}{(x-1)^2}$ 의 극값의

개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} f(n)$ 의 값을 구하면?

- ① 10
- ② 12
- ③ 14
- ④ 16
- ⑤ 18

39. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수

$f(x)$ 가 있다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(3, 2)$ 에서의 접선의 기울기는 2이다. 함수 $f(2x+1)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2, a)$ 에서의 접선의 기울기는 b 이다. $20(a+b)$ 의 값을 구하시오.

40. $x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{6e}x & (x \leq t \text{ 일 때}) \\ \frac{\ln x}{x^n} & (x > t \text{ 일 때}) \end{cases}$$

로 주어진다. 함수 $y=f(x)$ 가 $x=t$ 에서 미분가능하도록 하는 양의 정수 a, n 에 대하여 $a+n$ 의 최댓값을 구하시오. (단, e 는 자연로그의 밑이다.)

39 40.png
(993 X 318)