

2022 4월 교육청 수학 칼럼

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 문제지

수학 영역



현대청운고등학교



#13

적분, 로피탈 정리
쉬워보이지만 생각보다 못 풀 유형

13. 다항함수 $f(x)$ 가 $\int_1^x f(t)dt$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_1^x (x-t)f(t)dt = 3$$

을 만족시킬 때, $\int_1^2 (4x+1)f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \int_1^x f(t)dt - \int_1^x t f(t)dt}{x-2} = 7$$

$$2 \int_1^2 f(t)dt = \int_1^2 t f(t)dt = 6$$

로피탈

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \int_1^x f(t)dt - \int_1^x t f(t)dt - x f(x)}{1} = 7$$

$$= \int_1^2 f(t)dt = 7$$

$$\therefore \int_1^2 (4x+1)f(x)dx$$

$$= 4 \int_1^2 x f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$$

$$= 24 + 7 = 31 //$$

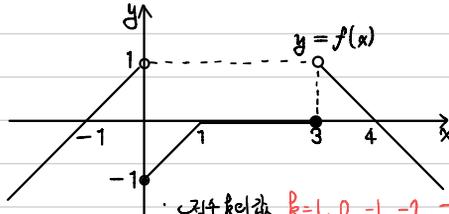
#14
'다'선지 심층풀이

14. 정수 k 와 함수

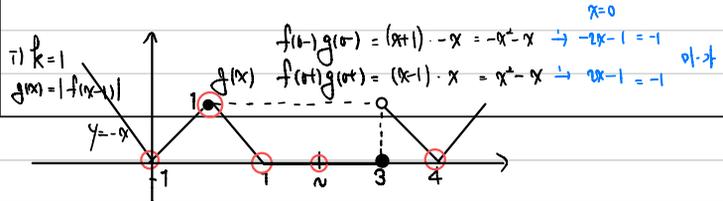
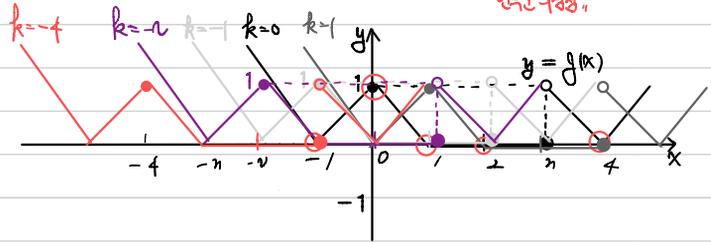
$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 0) \\ x-1 & (0 \leq x < 1) \\ 0 & (1 \leq x \leq 3) \\ -x+4 & (x > 3) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = |f(x-k)|$ 라 할 때,
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능하도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은 -5 이다.



정수 k 의 값 $k = 1, 0, -1, -2, -4 \rightarrow$ 미분가능인지
 항차함수 = 구간함수 \rightarrow 연속
 확인해야 하는
 연속인 의성점.



ii) $k=0$

iii) $k=-1$

iv) $k=-2$

v) $k=-4$

ii)나 같은 방식으로 계산하면

$k = 1, 0, -2, -4$ 가 있다

즉, k 의 합은 $-1+0-2-4 = -7$

#21
등차수열의 일차방정식 전환

21. 공차가 자연수 d 이고 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 d 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \neq 0$ 이다.

(나) $a_{2m} = -a_m$ 이고 $\sum_{k=m}^{2m} |a_k| = 128$ 인 자연수 m 이 존재한다.

$\frac{2m}{d} = \text{정수} \times m: \text{정수}$
 $(\because a_n \neq 0)$

$\frac{d}{2} (1+2+\dots+m+1) = 64$
 $\frac{d}{2} \left(\frac{m+1}{2} \right) = 64$

$d(m+1) = 2^6 \cdot 2^2 = 2^8$

m	d
1	2^9
3	2^7
7	2^5
15	2

$2^9 + 2^7 + 2^5 + 2 = 110$

#22

4차원수 추론형 문제

22. 양수 a 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x \{f'(t+a) \times f'(t-a)\} dt$$

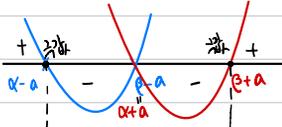
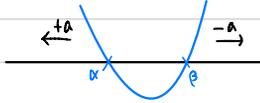
가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 과 $x = \frac{13}{2}$ 에서만 극값을 갖는다.

$f(0) = -\frac{1}{2}$ 일 때, $a \times f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$g'(x) = f'(x+a) \times f'(x-a)$$

↓
차분



$$\begin{aligned} \alpha - a &= \frac{1}{2} \\ \alpha + 2a &= \frac{13}{2} \\ \alpha + 2a &= \frac{13}{2} \\ \alpha - a &= \frac{1}{2} \\ \alpha + 2a &= \frac{13}{2} \\ -4a &= -6 \\ a &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2(x-2)(x-\frac{1}{2}) \\ \int f'(x) dx &= x^2 - \frac{21}{2}x + \frac{1}{2} = f(x) \\ (\because f(0) = \frac{1}{2}) \\ \therefore f(1) &= 1 - \frac{21}{2} + \frac{1}{2} \\ &= -20 \\ \therefore a \times f(1) &= \frac{3}{2} \times -20 = -30 \end{aligned}$$