CRYING CHEETAH

수능특강 선별자료 2025 VER.

수학 2

CONTENTS

MEMO

1. 함수의 극한

CRYING CHEETAH

Level 2 2번

1 $\lim_{x \to 2} \frac{|x-2|(x^2+ax+3)}{x^2-x-2} = b$를 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① $-\frac{9}{2}$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

Level 2 6번

2 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-3)$의 값을 구하시오.

(가) 집합 $\{-1,\ 1,\ 2\}$의 모든 원소 a에 대하여 $\lim_{x \to a} \frac{xf(x)-2a}{x-a}$의 값이 존재한다.

(나) $\lim_{x \to 3} \frac{x-1}{f(x)} = -1$

Level 2 7번

3 일차함수 $f(x)$와 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{f(3)}{g(0)}$의 값은?

(가) $\left\{a \,\middle|\, \lim_{x \to a} g(x) = 0\right\} = \{-1\}$

(나) $\left\{b \,\middle|\, \lim_{x \to b} \frac{1}{g(x)-f(x)} \text{의 값이 존재하지 않는다.}\right\} = \{-2,\ 1\}$

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

Level 2 8번

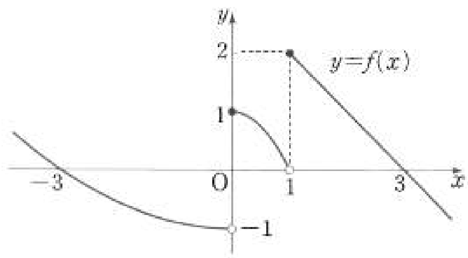
4 좌표평면에서 함수 $f(x)=x^2+1\ (x \geq 0)$의 역함수의 그래프와 실수 $t\ (t>1)$에 대하여 직선 $y=-x+t$가 만나는 점을 A라 하자. 두 점 $\mathrm{B}(1,\ 0)$, $\mathrm{C}(t,\ 0)$에 대하여 삼각형 ABC의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim\limits_{t \to 1+} \dfrac{S(t)}{(t-1)^2}$의 값은?

① $\dfrac{1}{8}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ $\dfrac{3}{8}$ ④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ $\dfrac{5}{8}$

Level 3 1번

5 함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{9}(x+3)(x-3) & (x<0) \\ (x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) & (0 \leq x<1) \\ -x+3 & (x \geq 1) \end{cases}$$



의 그래프가 그림과 같고, 함수 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이다. $-3<a<3$인 모든 실수 a에 대하여 $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{g(x)}{f(x)}$의 값이 존재할 때, $g(3)$의 값을 구하시오.

(단, α, β, γ는 서로 다른 상수이다.)

Level 3 2번

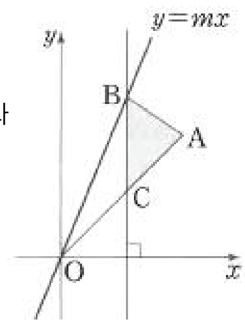
6 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)+f(-x)}{x-a}$의 값이 존재한다.

(나) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x)+2}{x-1}=4$

Level 3 3번

7 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $\mathrm{A}(4,\ 4)$와 실수 $m\ (m>1)$에 대하여 직선 $y=mx$ 위의 점 B가 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$를 만족시키고, 점 B를 지나며 x축에 수직인 직선이 선분 OA와 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이를 $S(m)$이라 할 때, $\lim_{m \to 1+} \dfrac{S(m)}{(m-1)^2}$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 B의 x좌표는 0보다 크다.)



2. 함수의 연속

Level 2 4번

1

함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{b^2+1}{x^2+ax+4} & (x \neq 0) \\ \dfrac{|b|}{2} & (x=0) \end{cases}$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 두 정수 a, b의 모든 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

Level 2 6번

2

실수 t에 대하여 곡선 $y=x^2-2x+2$와 직선 $y=-2tx+1$의 교점의 개수를 $f(t)$라 하자. [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보기]

ㄱ. $\lim_{t\to 0-} f(t)=2$

ㄴ. $m \geq 1$이면 직선 $y=mt$와 함수 $y=f(t)$의 그래프는 만나지 않는다.

ㄷ. 함수 $(t^2-2t)f(t)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Level 3 1번 변형

3

구간 $[1,\ \infty)$에서 정의된 함수 $f(x)$와 $a_6=8$인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 k에 대하여

$$f(x)=(ka_k+1)x+k(k+1)\ \ (k \leq x < k+1)$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$가 구간 $[1,\ \infty)$에서 연속일 때, $\sum_{n=1}^{11} na_n$의 값을 구하시오.

Level 3 3번

4 실수 t와 함수 $f(x)=\begin{cases} x-3 & (x<-1) \\ (x+1)(x-3) & (x\geq -1) \end{cases}$에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수를 n이라 할 때, 함수 $g(t)$를 다음과 같이 정의한다.

$n=1$일 때, x에 대한 방정식 $f(x)=t$의 해가 $x=\alpha$이면 $g(t)=\alpha$이다.
$n\geq 2$일 때, $g(t)$는 x에 대한 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 모든 실근의 합이다.

[보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보기]

ㄱ. $\lim\limits_{t\to 0-} g(t)=2$

ㄴ. $\lim\limits_{t\to 5} \dfrac{g(-t)+2}{g(t)-4}=6$

ㄷ. 함수 $(|t+2|-2)g(t)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

MEMO

3. 미분계수와 도함수

CRYING CHEETAH

Level 2 1번

1 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{h\to0}\frac{f(2-h)-f(2)}{h}=f(2)-5,\ \lim_{x\to2}\frac{(3-x)f(x)-f(2)}{x-2}=-1$$

을 만족시킬 때, $f(2)\times f'(2)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

Level 2 2번

2 함수 $f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선의 기울기를 함수 $g(t)$라 하자.

$$\left\{x\,\middle|\,\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=2\right\}=\{-3,\ 4\}$$

일 때, $g(-2)$의 값은?

① -20 ② -19 ③ -18 ④ -17 ⑤ -16

Level 2 3번

3 상수항이 0인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\dfrac{f(-1)}{k}$의 값은? (단, k는 0이 아닌 상수이다.)

(가) 자연수 n에 대하여 x의 값이 n에서 $n+1$까지 변할 때의 함수 $y=f(x)$의 평균변화율을 $g(n)$ 이라 하면 $\displaystyle\sum_{n=1}^{9}g(n)=9$이다.

(나) $\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(10+h)+k}{h}=-\frac{k}{2}$

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

Level 3 1번 변형

4

함수 $f(x)=x^4-3x^2+2x$일 때, $\lim_{x\to\infty} x\left\{f\left(\frac{1-2x}{x}\right)+f\left(\frac{2-2x}{x}\right)\right\}$의 값은?

① -54　　② -48　　③ -42　　④ -36　　⑤ -30

Level 3 3번

5

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=2$　　(나) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-2}{x}=24$

함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=2$는 서로 다른 세 점 A, B, C에서 만나고 점 B는 선분 AC를 $1:2$로 내분하는 점일 때, $f(1)$의 최댓값을 구하시오. (단, 원점 O에 대하여 $\overline{\mathrm{OA}}<\overline{\mathrm{OB}}<\overline{\mathrm{OC}}$이다.)

MEMO

4. 도함수의 활용(1)

Level 2 1번

1 함수 $f(x)=2x^3-ax^2+2x$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선과 수직이고 곡선 $y=f(x)$에 접하는 직선이 존재하도록 하는 자연수 a의 최솟값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

Level 2 6번

2 함수 $f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(1)$의 최솟값은? (단, a, b는 실수이다.)

(가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극값을 갖는다.
(나) 함수 $f(x)$는 구간 $(0,\ \infty)$에서 증가한다.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Level 2 8번

3 함수 $f(x)=x^3-ax^2+4x+2$는 $x=2$에서 극소이다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{A}(2,\ f(2))$에서의 접선과 곡선 $y=f(x)$가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 B에서의 접선과 x축이 만나는 점을 C라 하자. 사각형 OABC의 넓이는? (단, O는 원점이고, a는 상수이다.)

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

Level 3 2번

4

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$의 극솟값을 구하시오.

(가) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=9x$가 만나는 점의 개수는 2이다.
(나) 함수 $f(x)$는 $x=3$에서 극대이고, $f(0)=0$이다.

Level 3 3번

5

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 일차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-1)=0$이고 함수 $|f(x)|$는 $x=\alpha$ $(\alpha>-1)$에서만 미분가능하지 않다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)\geq 0$이고 함수 $f(x)g(x)$의 극댓값은 81이다.

집합 $A=\{a|$함수 $f(x)g(x)$는 $x=a$에서 극값을 갖는다.$\}$일 때, 집합 A의 모든 원소의 합은?

(단, α, a는 상수이다.)

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

MEMO

5. 도함수의 활용(2)

Level 2 1번

1 함수 $f(x)=-x^3+6x^2$은 $x=p$에서 극값을 갖는다. 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 할 때, 닫힌구간 $\left[-\frac{p}{2},\ \frac{p}{2}\right]$에서 함수 $g(t)$의 최솟값은? (단, p는 양수이다.)

① -8 ② -16 ③ -24 ④ -32 ⑤ -40

Level 2 2번

2 최고차항의 계수가 2인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다.
(나) 함수 $y=|f(x)|$의 그래프와 직선 $y=-f(1)$은 서로 다른 네 점에서 만난다.

① 30 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 54

Level 2 5번

3 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 부등식 $(x-4)f(x)\geq 0$이 성립한다.
(나) $f(0)=0$

실수 k에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)-xf'(k)=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 k의 값의 합은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

Level 3 1번

4

함수 $f(x)=x^3-6x^2+9x+16$과 실수 t에 대하여 집합

$$A=\{x \mid f(x)f'(t)(x-t)+f(x)f(t)=0\}$$

일 때, 집합 A의 원소의 개수가 1이 되도록 하는 모든 t의 값의 합은?

① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{15}{2}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

Level 3 2번

5

1이 아닌 실수 α와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $|f(x)-f(1)|$은 $x=\alpha$에서만 미분가능하지 않다.

(나) 함수 $f(x)$는 $x=-\frac{1}{2}$에서 극솟값 0을 갖는다.

실수 t에 대하여 방정식 $f(f(x))=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$는 $t=\beta$에서만 불연속이다. $\alpha+\beta$의 값은? (단, β는 실수이다.)

① $-\frac{9}{16}$ ② $-\frac{7}{16}$ ③ $-\frac{5}{16}$ ④ $-\frac{3}{16}$ ⑤ $-\frac{1}{16}$

Level 3 3번

6

함수 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $\{f(x)-f(3)\}^2+\{f'(2)\}^2=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.
(나) $0<f(3)<f(2)$

$x \geq k$인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x) \geq f(3)$이 성립하도록 하는 실수 k의 최솟값은 p이다. $(3p-1)^2$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

MEMO

6. 부정적분과 정적분

Level 2 1번

1 다항함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)$의 최댓값과 최솟값의 곱은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $2\{F(x)-F(1)\}=(x-1)\{f(x)+f(1)\}$이다.
(나) $f(0)=4$, $|F'(1)|\le 2$

① -32　② -28　③ 24　④ 28　⑤ 32

Level 2 2번

2 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt=g(x)+\int_3^0 f(t)dt$$

를 만족시킨다. $g(3)=6$, $g(4)=10$일 때, $\int_0^4 f(t)dt$의 값은?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

Level 2 5번

3 $f(0)=0$이고 최고차항의 계수의 절댓값이 4인 이차함수 $f(x)$와 $a>1$인 실수 a가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_0^1 |f(x)|dx=\int_0^1 f(x)dx$, $\int_1^a |f(x)|dx=-\int_1^a f(x)dx$
(나) $\left|\int_0^a f(x)dx\right|\le\int_{1-a}^1 f(x)dx$

$f(a)$의 최솟값은?

① $-\frac{7}{2}$　② -3　③ $-\frac{5}{2}$　④ -2　⑤ $-\frac{3}{2}$

Level 2 7번

4 닫힌구간 $[0,\ 4]$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가

$0 \le x < 2$일 때 $|f(x)| = |x-1|$, $2 \le x \le 4$일 때 $|f(x)| = |x-3|$

을 만족시킨다. 열린구간 $(0,\ 4)$에서 정의된 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \int_1^x f(t)dt + \int_3^x f(t)dt$$

라 하자. [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보기]

ㄱ. 가능한 함수 f의 개수는 16이다.
ㄴ. $|g(2)| + |g'(2)| = 2$
ㄷ. 함수 $g(x)$가 $x = \alpha\ (1 < \alpha < 4)$에서만 극값을 가지고 $g(\alpha) > 0$일 때, $\alpha + g(\alpha) = 4$이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

Level 3 1번

5 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수가

$$f'(x) = \begin{cases} a & (x < b) \\ -3x^2 + x & (x \ge b) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$의 역함수가 존재하고 $f(2) - f(0) = -\dfrac{15}{2}$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

Level 3 2번

6 다음 조건을 만족시키는 실수 전체의 집합에서 연속인 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)dx$의 최댓값과 최솟값의 합은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $\{f(x)+x\}\{f(x)-x\} = x^4 - 3x^2 + 1$이다.
(나) $x \le 1$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) - \displaystyle\int_1^x f(t)dt \ge 0$이다.

① $-\dfrac{8}{3}$ ② $-\dfrac{4}{3}$ ③ $\dfrac{4}{3}$ ④ $\dfrac{8}{3}$ ⑤ $\dfrac{16}{3}$

Level 3 3번

7 $f'(0)=0$인 이차함수 $f(x)$와 연속함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xg(x)=\int_{-1}^{1}|x-t|f(t)dt$$

를 만족시킨다. $g(-2)=2$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

Level 3 4번

8 최고차항의 계수의 절댓값이 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x\le 0) \\ f(x+3) & (x>0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{0}^{x}g(t)dt\le 0$$

을 만족시킬 때, [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보기]

ㄱ. $g(0)=0$

ㄴ. $g'(0)$이 존재하면 모든 실수 x에 대하여 $\int_{0}^{x}|g'(t)|dt=-g(x)$이다.

ㄷ. $\int_{0}^{1}f(x)dx$의 값이 정수일 때, $\lim_{h\to 0+}\frac{g(h)}{h}$의 최솟값은 $-\frac{99}{14}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Level 3 5번

9 음수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+1 & (x<1) \\ a|x-2|-a & (x\ge 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 함수 $g(x)=|x|\int_{b}^{x}f(t)dt$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 b의 최댓값을 M이라 하자. $b=M$일 때의 함수 $g(x)$에 대하여 $g(3)=18$일 때, $12M$의 값을 구하시오.

7. 정적분의 활용

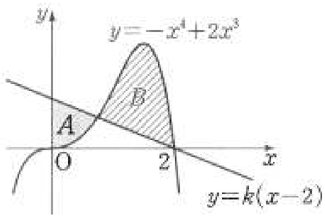
Level 2 1번

1 함수 $f(x)=\frac{2}{7}x^3+x-\frac{16}{7}$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 두 함수 $y=g(x)$, $y=|x|$의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{27}{14}$ ② 2 ③ $\frac{29}{14}$ ④ $\frac{15}{7}$ ⑤ $\frac{31}{14}$

Level 2 4번

2 그림과 같이 $-8<k<0$인 상수 k에 대하여 곡선 $y=-x^4+2x^3$과 직선 $y=k(x-2)$ 및 y축으로 둘러싸인 부분(어두운 부분)의 넓이를 A, 곡선 $y=-x^4+2x^3$과 직선 $y=k(x-2)$로 둘러싸인 부분(빗금 친 부분)의 넓이를 B라 하자. $B-A=1$일 때, k의 값은?



① $-\frac{3}{5}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{3}{10}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

Level 2 5번

3 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$-1\le x<1$일 때, $f(x)=-x^2+ax$

이고 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x-2)+4$를 만족시킨다.
곡선 $y=f(x)$와 x축 및 직선 $x=-2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 직선 $x=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 할 때, $A+B$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 12 ② $\frac{38}{3}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ 14 ⑤ $\frac{44}{3}$

Level 3 1번

4 두 양수 a, b와 함수 $f(x)=-x^3+x$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 곡선 $y=f(x)$, $y=f(x-a)+b$가 오직 점 P에서 만난다.
(나) 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$일 때, 직선 AP가 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점과 직선 AP가 곡선 $y=f(x-a)+b$와 만나는 점에 대하여 이 점들 중 서로 다른 점의 개수는 3이다.

직선 AP와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 직선 AP와 곡선 $y=f(x-a)+b$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 할 때, S_1+S_2의 값은?

① $\frac{27}{32}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ $\frac{29}{32}$ ④ $\frac{15}{16}$ ⑤ $\frac{31}{32}$

Level 3 2번

5 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 시각 t $(t \geq 0)$에서의 점 P의 속도 $v_1(t)$와 점 Q의 가속도 $a_2(t)$는

$$v_1(t)=3t^2+1,\ a_2(t)=1-2t$$

이다. $t \geq 0$에서 점 Q의 속도가 0 이상인 모든 시간 동안 점 P가 움직인 거리가 10일 때, 시각 $t=3$에서 두 점 P, Q 사이의 거리는?

① 24 ② $\frac{51}{2}$ ③ 27 ④ $\frac{57}{2}$ ⑤ 30

Level 3 3번

6 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(0 \leq t \leq 1)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=-\left|t-\frac{1}{2}\right|+\frac{1}{2},\ v_2(t)=-kt(t-1)\ (k>1)$$

이다. $0<t \leq 1$에서 두점 P, Q가 오직 한 번 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위는 $1<k<\alpha$ 또는 $k=\beta$이다. $\alpha+\beta$의 값은? (단, α, β는 상수이다.)

① $\frac{11+2\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{6+\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{13+2\sqrt{3}}{6}$ ④ $\frac{7+\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{15+2\sqrt{3}}{6}$

MEMO

정답

1. 함수의 극한
1. ② 2. 22 3. ① 4. ④ 5. 12 6. 14 7. 4

2. 함수의 연속
1. ② 2. ⑤ 3. 528 4. ④

3. 미분계수와 도함수
1. ③ 2. ⑤ 3. ② 4. ① 5. 44

4. 도함수의 활용(1)
1. ② 2. ④ 3. ③ 4. 50 5. ④

5. 도함수의 활용(2)
1. ⑤ 2. ② 3. 19 4. ② 5. ③ 6. 10

6. 부정적분과 정적분
1. ④ 2. ④ 3. ② 4. ⑤ 5. ② 6. ⑤ 7. 21 8. ⑤ 9. 54

7. 정적분의 활용
1. ⑤ 2. ④ 3. ② 4. ① 5. ④ 6. ⑤

Feedback

1. 함수의 극한

1. 절댓값에 쫄지 않기, 결국 극한값이 존재하려면 (좌극한=우극한) 따지기
2. 차근차근 $\frac{0}{0}$꼴 풀어나가기
3. (나) 조건을 통해 $g(x)-f(x)$의 식을 완성할 수 있고, 그럼... 다 된거 아닌가? 결국 극한은 차근차근
4. 극한의 활용. 그림 상황에 극한을 엮어 편법같은건 없으니 $S(t)$의 식을 어떻게 하면 작성할 수 있을지 고민하는게 관건
5. $x=1$에서 이미 0이 하나 있으니 $g(x)$가 $(x-1)$인수를 2개 가진다는 것을 찾고, 한 줄 또는 암산으로 해결할 수 있도록 하자.
6. (가) 조건을 통해 $f(x)$가 기함수인 것을 먼저 파악해 미지수를 2개로 줄이자.
7. 계산이 더러우니까... 기울기를 활용해 점 B를 세팅하는 과정 정도만 기억하고 버리자.

2. 함수의 연속

1. 단순 계산 문제. 하나 넣어봤다. 너무 쓸만 한 계산 문제가 없길래...
2. 새로운 그래프 그려보기! 기출에 자주 등장한 소재지만 연습해 둘 필요가 있다.
3. 소재는 좋은데 마지막 구하는게 아쉬워 살짝 변형한 문제. 주어진 $f(x)$를 먼저 변형하면 na_n이 새로운 등차수열로 정의되는 것을 찾을 수 있다. 문제에서 준 a_6를 활용해 빠르게 마무리하면 된다.
4. 새로운 그래프를 그렸는데 그걸로 또 새로운 그래프를 그리라는... 그래프 그리기만 하면 그 외에 어려울 부분은 없는 문제.

3. 미분계수와 도함수

1. $(3-x)f(x)$를 새로운 함수 자체로 볼 수 있어야 한다.
2. $g(t)=f'(t)$잖아. $f'(x)-2=3(x+3)(x-4)$만 바로 써내면 해결!
3. 평균변화율과 시그마의 조합! 그냥 (가) 조건만 제대로 풀 수 있다면 되지 않을까 싶다.
4. 문제 자체는 별로였는데 $\frac{1}{x}=t$로 치환해서 계산하는 것만 해보자.
5. 원점과 가까운 점부터를 보고 $\mathrm{A}(0,\ 2)$라는 점부터 파악하고 식을 쓴다면 생각하는 시간이 확 줄어들 수 있을텐데...

4. 도함수의 활용(1)

1. '접하는 직선이 존재' or '극값이 존재'라는 조건을 볼 때 판별식을 떠올릴 수 있는가를 확인하기 위해 가볍게 넣은 문제
2. 문제에서 구하라는 것이 최솟값이니 범위를 찾아야 할 것이고, (나) 조건을 통해 $f(x)$가 구간 $(0,\ \infty)$에서 증가하기 위한 a값의 범위를 생각하자.
3. $a=4$인 것을 찾았을 때, $4=2+2+0$ (삼차함수의 특징)을 활용해 A의 x좌표가 0임을 바로 찾아낼 수만 있었다면 뭐...
4. 곡선과 직선이 만나는 두 점이 $x=0,\ 6$임을 찾으면 비율 관계를 통해 극솟값을 갖는 x좌표를 바로 찾을 수 있다.
5. (가) 조건을 보자마자 '$f(x)$는 $x=-1$에서 접하는구나'를 떠올릴 수 있었다면 끝. (나) 조건도 결국 다른 한 점에서도 $g(x)$가 인수를 추가해줘 접하게 만들어준다는 얘기를 하고 있다. 기출에서도 자주 다뤄진 소재들이니 푸는데 문제 없어야 한다...

5. 도함수의 활용(2)

1. $g(t)$에 대한 식만 작성하면 어려울 것이 없는 문제. p값은 왜 있는거지...? 굳이 얘기하자면 비율관계..?
2. 기함수의 성질을 활용해 $f(x)$의 식을 홀수 차수의 항만 남기고, (나) 조건을 보고 바로 삼차함수 기함수 꼴일 때 네 점에서 만날 수 있는 상황을 떠올릴 수 있어야한다.
3. 조건만 보면 $f(x)$식이 바로 써지겠지? 그 다음 $f(x)-xf'(k)$식을 작성해서 두 가지 경우를 따지기만 하면 끝나는 문제!
4. $f(x)\{f'(t)(x-t)+f(t)\}$로 묶는 순간 $f(x)$가 0일 때와, t에서의 접선이 x축과 만날 때가 집합 A에 들어간다는 것을 파악하자.
5. (가), (나) 조건을 한번에 봤을 때, 사차함수의 그래프가 바로 그려질 수 있으면 좋겠다. 그 후에 구하는 것도 $f(f(x))$꼴까지 관찰! 여러 기출소재들이 섞여 풀어볼 만한 문제.
6. 제곱꼴의 합이 0일 때 제곱 안의 식이 모두 0이 되어야 한다는 점을 기억하자.

6. 부정적분과 정적분

1. 다항함수를 작성하려면 함수의 차수부터 찾고 그 후에 조건들을 대입하며 하나씩 지워가야한다. (가) 조건을 잘 활용하면 차수를 찾을 수 있지 않을까?
2. 부정적분으로 이루어진 식은 양변에 적절한 값을 대입해 조건들을 최대한 뽑아내는 것이 중요하다. $x=3$부터..?
3. 단순히 $f(x)$식 완성하고, (나) 조건에서 a값의 범위를 찾아야겠죠?
4. 절댓값으로 함수 정해주지 않는 소재. 되게 좋은 소재니까... 적당한 범위로 짤라 조건에 맞게 범위별로 함수를 결정하는 것이 중요한 문제!
5. 역함수가 존재하기 위해 $f(x)$가 계속 감소해야한다는 것을 찾고, $f(2)-f(0)=\int_0^2 f'(x)dx$라는 것을 알게 되면 해야할 것이 보이기 시작한다. b가 어디에 있을지 범위부터 나누는게 시작.
6. (가) 조건을 어떻게 풀어야 할지 고민했을 수 있지만, 그냥 전개하면 된다. (나) 조건을 통해 $f(x)$의 식이 범위에 따라 다르게 나올 것이고.. 천천히 따라가면 풀릴 것이다.
7. 식이 주어졌다면 양변에 적절한 값을 넣어 주어진 식에서 조건을 얼마나 뽑아낼 수 있는지가 관건. $x=0$부터..?
8. $f(x)$식도 찾아내야하고 그 식을 통해 $g(x)$의 형태까지 주어진 조건을 종합적으로 한 번에 아우를 수 있어야 하는 문제. 충분히 활용되기 좋은 소재이니 꼼꼼히 풀자. ㄱㄴㄷ는 모르겠어도 그래프를 찾아내는 과정까지는 매우 좋다.
9. 좋았던 문제 중 하나. $f(x)$그래프를 그려 a값에 따라 바뀌는 $g(x)$도 관찰하였을 때, 그리고 $|x|$에 의해 생기는 미분불가능한 점을 메꾸며 $g(x)$가 미분가능하도록 만드는 모든 b의 위치까지 찾아내는, 그 후에 $g(3)$은 $g(x)$ 그래프를 그린 상태에서 함숫값의 차로 바라보면 더 쉽게 해결할 수 있을 것 같다. 많은 것을 종합적으로 관찰해야하는 좋은 문제.

7. 정적분의 활용

1. 역함수의 넓이를 구하는 문제. 흔한 기출 소재이지만 그래프를 그려 상황을 관찰하고 어떻게 해야 넓이를 쉽게 구할 수 있는지를 판단하는 게 중요한 부분이다.
2. 두 넓이가 겹치는 부분이 있고, 두 넓이를 빼는 식을 구하는 전형적인 문제
3. 모양이 반복되는 함수에 넓이를 구하는 문제. 그래프를 관찰하며 특징을 찾으면 더 쉽게 계산할 수 있지 않을까?
4. 점 P에서 접하고 서로 다른 세 점에서만 만난다는 조건을 보고 그래프를 특정해내는 문제. 가볍게 다뤄질 수도 있는 소재라고 생각한다.
5. 점 P의 움직임을 알고 있으니, 문제 조건에서도 P와 관련된 조건을 먼저 풀어가보자. 속도, 가속도 문제는 절대 틀리면 안된다.
6. 겉모습만 속도, 가속도 문제이지 사실상 k 값의 변화에 따라 그래프가 한 번만 만나게 하는 문제. 대칭성 등을 잘 고려해 그래프를 관찰해보자.