## Build UP Point – '나눈다'는 '묶는다'로, '나머지'는 '찌꺼기'로

우리가 나눗셈이라는 말에 현혹되면 '도대체 뭘 어떻게 나눈다는거야!!'라고 상당히 심기가 불편할 수 있다.
우리에게 나누기란 "5명이 10개의 빵을 나눠가지려면 1인당 몇 개씩 가져야할까요~?" 정도의 표현까지만 쉽게 이해하기 때문이다.

이처럼 나눗셈이라는 표현 때문에 문제를 제대로 이해하지 못할 가능성이 크므로
나는 [ <u>나눈다 -> 묶는다, 나머지 -> 묶을만큼 묶고 남은 찌꺼기</u> ]라고 표현하겠다.
$x^3+3x^2+2x+5$라는 식이 있다고 생각해보자 내가 이걸 일차식으로 묶든, 이차식으로 묶든 원래의 식은 전혀 변함이 없다.
이해되는가?

$$x^3+3x^2+2x+5=x(x^2+3x+2)+5$$

$$x^3+3x^2+2x+5=x^2(x+3)+(2x+5)$$

우리는 여기서 $A=BQ+R$의 꼴에서
$B$의 위치에 있는 놈이 나누는 식의 역할이고 $Q$는 몫이며 $R$의 위치에 있는 놈이 나머지라는 것 정도는 알고 있기에
단지 쳐다보는 관점이 달라질 뿐, 똑같은 식이라도 어떻게 쳐다보냐에 따라 각자의 역할과 기능이 달라진다는 것이다.
즉, 문장으로 정리하면 다음과 같다.

$x^3+3x^2+2x+5(A)$를 일차식 $x(B)$로 묶으면(나누면) 몫은 $x^2+3x+2(Q)$이고 묶이지 않고 남은 찌꺼기(나머지)는 $5(R)$이다.
$x^3+3x^2+2x+5(A)$를 이차식 $x^2(B)$으로 묶으면(나누면) 몫은 $x+3(Q)$이고 묶이지 않고 남은 찌꺼기(나머지)는 $2x+5(R)$이다.

---

그렇다면, 어떻게든 묶이기만 하면 그들이 나누는 식과 나머지로 인정받을 수 있는것인가?
당연히 절대 그렇지 않다, 나머지는 묶을만큼 묶고 남은 찌꺼기
즉, 아직 더 묶일 여지가 남아있다면 걔는 절대로 나머지로 인정받을 수 없다!

$$f(x)=(x^2-1)Q(x)+(x^2+5x)$$

$$A=BQ+R$$

위의 식을 살펴보면 내가 처음 설명한 식과 동일한 구조로 되어있기에 나머지는 $x^2+5x$라고 인식하기 쉽지만
이는 아직 덜 묶였기에 아직 나머지로 인정 받을 수 없다.

그렇기에 위의 식을 $x^2-1+1+5x$ 로 적절히 항등변형하여 $(x^2-1)+(5x+1)$로 바꿀 수 있다면
$f(x)=(x^2-1)Q(x)+(x^2-1)+(5x+1)$ 로 적절히 변형되어 아직 한번 더 묶을 수 있게 된다.

따라서, $f(x)=(x^2-1)\{Q(x)+1\}+(5x+1)$로 더 이상 묶이지 않을때까지 끝까지 묶어주고 나서야 최종적으로 남는 $5x+1$을 나머지라고 정의해야한다.

+Build up) 일반형 vs 표준형

이차다항식을 예로 들자면, $ax^2+bx+c$는 일반형의 형태이고 $a(x-p)^2+q$의 꼴을 표준형이라고 부른다.
우리가 식을 설정하려고하면 보통 일반형으로 식을 쓰려고 하는데 표준형의 형태로 써야 효과적이다.

**31**

$f(x)$를 $(x-2)^2$로 나누었을 때 나머지가 $x+3$이고 $f(3)=5$이다. $(x-2)^2(x+4)$로 나누었을 때 나머지를 $R(x)$라고 한다면 $R(1)$의 값은?

예를 들어 위의 문제를 풀려고 한다면 자연스럽게 $f(x)=(x-2)^2(x+4)Q(x)+R(x)$라고 쓰고, 나누는 식이 삼차식이므로 $R(x)$가 이차이하의 다항식이 되어 $R(x)=ax^2+bx+c$라고 쓰는 순간 $a,b,c$ 무려 3개의 변수를 구해야하는 대참사가 펼쳐진다.

'$f(x)$를 $(x-2)^2$로 나누었을 때 나머지가 $x+3$'이라는 조건은
$(x-2)^2$로 묶을만큼 묶고 남은 찌꺼기가 $(x+3)$이 되기만 하면 된다는 뜻이다

$ax^2+bx+c$라는 식은 어떻게든 수단과 방법을 가리지 않고 적절히 더하고 빼면서 변형하면 무조건 $a(x-p)^2+q$로 바꿀 수 있다.

따라서
$f(x)=(x-2)^2(x+4)Q(x)+(ax^2+bx+c)$라고 쓰지말고
$f(x)=(x-2)^2(x+4)Q(x)+\{a(x-2)^2+(x+3)\}$라고 쓰게 되면 조건을 모두 만족하면서 변수가 $a$ 단 한 개만 구하면 되는 아주 깔끔한 꼴이 되고 $f(3)=5$만 대입하여 문제를 가볍게 해결할 수 있다.